Prova Escrita de Matemática

10.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos **VERSÃO 1** 29 de outubro de 2019

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Usam-se duas balanças diferentes para efetuar **cinco pesagens de uma mesma pessoa**, tendo-se obtido os resultados seguintes, em quilogramas.

Balança A				
71,82	71,86	71,89	71,85	71,84

Balança B				
71,85	71,86	71,84	71,85	71,83

1.1. Indique, recorrendo à calculadora, a média e o desvio - padrão de cada conjunto de dados.

1.2. Escolha, **justificando**, das duas balanças aquela que é mais fiável.

2. A **negação** da proposição $\forall\, x \in \mathbb{R}:\ x^2 + 3 > 0\ \wedge\ x \in \mathbb{Q}^+$ é:

(A) $\exists\, x \in \mathbb{R}:\ x^2 + 3 > 0\ \wedge\ x \in \mathbb{Q}^+$

(B) $\exists\, x \in \mathbb{R}:\ x^2 + 3 < 0\ \wedge\ x \in \mathbb{Q}^+$

(C) $\exists\, x \in \mathbb{R}:\ x^2 + 3 \leq 0\ \vee\ x \notin \mathbb{Q}^+$

(D) $\forall\, \mathrm{x} \in \mathbb{R}:\ \mathrm{x}^2 + 3 \leq 0\ \vee\ \mathrm{x} \notin \mathbb{Q}^+$

3. Considere as proposições: p: $\exists\, x \in \mathbb{Z}:\ 1 + 2x = 1$ e q: $\forall\, x \in \mathbb{R}:\ x^2 + 3 > 0$.

Podemos afirmar que:

(A) São ambas verdadeiras

(B) p é verdadeira e q é falsa

(C) p é falsa e q é verdadeira

(D) São ambas falsas

4. Considere o conjunto $A = \{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$.

Para qualquer elemento de A, uma condição **universal** em A é:

(A) $\sim (x + 6 \notin A)$

(B) $x^2 \neq x$

(C) $x^2 - 10 \leq 0\ \wedge\ |x| > 0$

(D) $\sqrt{x^2 + 1} < \sqrt{11}$

5. Traduza para linguagem simbólica as seguintes proposições. Indique o seu valor lógico e dê um contra-exemplo para as falsas.

5.1. p: todo o número real positivo é superior à sua metade.

5.2. q: o quadrado de qualquer número racional não é um número negativo.

5.3. r: nenhum número real é menor que o seu quadrado.

6. Considere os seguintes conjuntos de números reais:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} :\ 2x > \frac{5x-1}{2} \right\} \quad \text{e} \quad B = \{\, x \in \mathbb{R} :\ x^2 = 3x \,\}$$

6.1. Determine $A \cap B$.

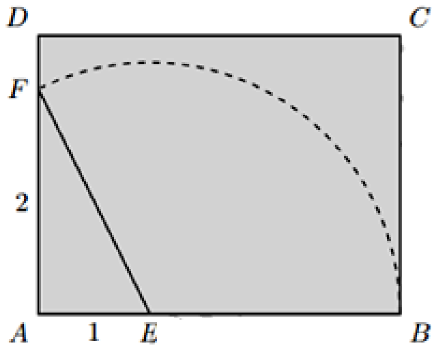
6.2. Utilize o resultado de **6.1** para representar $\overline{A \cap B}$.

7. Mostre, **<u>sem utilizar calculadora</u>**, que $a = \dfrac{\sqrt{48}-\sqrt{27}}{\sqrt[4]{144}}$ é um número racional.

8. Considere o retângulo $[ABCD]$ representado na figura, que não está desenhada à escala.

Tal como a figura sugere, sabe-se que:

- $\overline{AE} = 1\ cm$;
- $\overline{AF} = 2\ cm$;
- FB é um arco de circunferência centrado em E;
- A área do retângulo $[ABCD]$ é 8 cm^2.

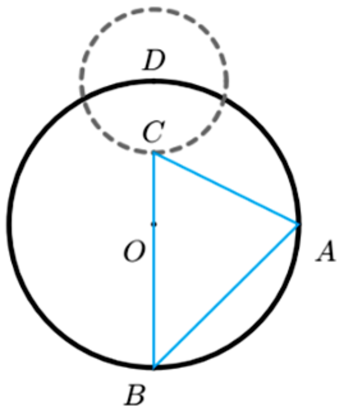


Mostre, **<u>sem utilizar a calculadora</u>**, que $\overline{BC} = \left(2\sqrt{5} - 2\right) cm$.

9. Considere a figura representada ao lado.

Sabe-se que:

- a circunferência de centro O e que passa em A tem raio $\sqrt{6}$;
- a circunferência de centro D e que passa em C tem raio $\sqrt{3}$.



Qual dos seguintes é o valor da área do triângulo $[ABC]$?

(A) $\frac{3}{2}\left(4 - \sqrt{2}\right)$ **(B)** $\frac{3}{2}\left(6 - \sqrt{2}\right)$

(C) $\frac{1}{2}\left(12 - 2\sqrt{2}\right)$ **(D)** $\frac{1}{2}\left(12 - \sqrt{2}\right)$

FIM

Cotações	Questões	1.1	1.2	2	3	4	5.1	5.2	5.3	6.1	6.2	7	8	9	**Total**
	Pontos	16	20	10	10	10	17	17	20	20	10	20	20	10	**200**

Soluções: **1.1.** $\bar{x}A \cong 71{,}852$ e SA$\cong 0{,}023$; $\bar{x}B \cong 71{,}846$ e SB$\cong 0{,}010$; **6.1.** $A \cap B = \{0\}$.

xism@t.net

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com