# Prova Escrita de Matemática

10.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos **VERSÃO 1** 3 de Dezembro de 2019

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

**1.** A negação da proposição $\forall\, x \in \mathbb{R} :\ (x+3)^2 \geq 0$ , é:

**(A)** $\exists\, x \in \mathbb{R} :\ x^2 + 9 < 0$ **(B)** $\exists\, x \in \mathbb{R} :\ x^2 + 6x + 9 \leq 0$

**(C)** $\forall\, x \in \mathbb{R} :\ x^2 + 9 < 0$ **(D)** $\exists\, x \in \mathbb{R} :\ x^2 + 6x + 9 < 0$

**2.** Considere, em $\mathbb{R}$, as seguintes condições:

$$a(x):\ 5 - \frac{x-3}{2} > 5$$

$$b(x):\ x^2 - 1 > (x-1)(x+1) - 2x$$

**2.1.** Resolva cada uma das condições e indique o valor lógico da proposição: $\exists\, x \in \mathbb{R} : a(x) \wedge b(x)$.

**2.2. Sem utilizar o símbolo** $\sim$ , escreva, em linguagem simbólica, a negação da proposição da alínea anterior.

**2.3.** Considere os seguintes conjuntos de números reais:

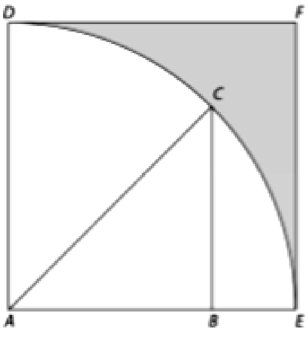
$$A = \{\, x \in \mathbb{R} : a(x)\,\} \text{ e } B = \{\, x \in \mathbb{R} : b(x)\,\}.$$

Indique, sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos disjuntos de números reais, os seguintes conjuntos:

**2.3.1.** $A \setminus B$ .

**2.3.2.** $\overline{A \cap B}$ .

**3.** Na figura estão representados:




- um triângulo isósceles $[ABC]$ tal que $\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- um quarto de circunferência de centro $A$ e raio $\overline{AC}$;
- um quadrado $[AEFD]$.

As retas $DF$ e $FE$ são tangentes à circunferência em $D$ e $E$, respetivamente.

Qual é a medida da área da região sombreada?

**(A)** $2 - \frac{\pi}{2}$ **(B)** $1 - \frac{\pi}{4}$ **(C)** $2 - \frac{\pi}{4}$ **(D)** $1 - \frac{\pi}{2}$

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
*e-mail*: epjaralter@gmail.com

**4.** Qual das seguintes expressões representa a expressão $\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ , para $\forall\, a, b \in \mathbb{R}^+$ tais que $b \neq a^2$ ?

**(A)** $\frac{a\sqrt{b}+b}{a^2-b}$  **(B)** $\frac{a\sqrt{b}-b}{a^2+b}$  **(C)** $a\sqrt{b}-b$  **(D)** $a+\sqrt{b}$

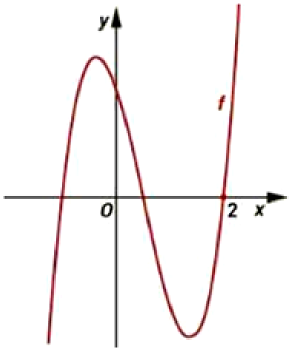
**5.** Seja $A = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{48}}}{\sqrt[3]{4}}$ .

Usando as propriedades dos radicais e a definição de potência de expoente racional, mostre que:

**5.1.** $\mathrm{A} = \sqrt[6]{3}$ .

**5.2.** $\mathrm{A}^4 \times \frac{3}{\mathrm{A}^2} = 3\sqrt[3]{3}$ .

**6.** Na figura está representada a função polinomial definida por $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ .




Sabe-se que o ponto $(2{,}0)$ pertence ao gráfico da função $f$ .

**6.1.** Decomponha $f(x)$ num produto de fatores de grau não superior ao primeiro.

**6.2.** Indique o conjunto-solução da inequação $f(x) \leq 0$ .

**7.** Considere o polinómio $P(x) = ax^2 + bx - 4$ , onde $a, b \in \mathbb{R}$.

Determine os valores de $a$ e de $b$ de modo que o polinómio $P(x)$ seja divisível por $x-2$ e quando dividido por $x+1$ dê resto 3 .

FIM

| Cotações | Questões | 1 | 2.1 | 2.2 | 2.3.1 | 2.3.2 | 3 | 4 | 5.1 | 5.2 | 6.1 | 6.2 | 7 | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Pontos | 8 | 24 | 12 | 12 | 18 | 8 | 8 | 20 | 20 | 28 | 22 | 20 | **200** |

**Soluções:** **2.1.** $a(x): x < 3; b(x): x > 0; \mathrm{V}$ ; **2.3.1.** $]-\infty, 0]$; **2.3.2.** $]-\infty, 0] \cup [3, +\infty[$ ; **6.1.** $f(x) = 2(x-2)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+1)$ ; **6.2.** $]-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ; **7.** $\mathrm{a} = 3 \wedge \mathrm{b} = -4$ .

xism@t.net

**Professor:** Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
*e-mail*: epjaralter@gmail.com

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu