



Prova Escrita de Matemática

10.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

10 de Março de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
 - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
 - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
 - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
 - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
 - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
 - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta paralela ao eixo Ox ?

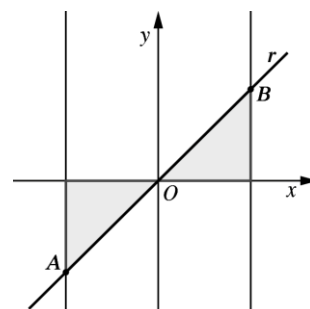
- (A) $x=1 \wedge y=3$ (B) $y=-3 \wedge z=0$
 (C) $x=3$ (D) $x=1 \wedge y=2 \wedge z=3$

2. Na figura em baixo, estão representadas, num referencial o.n. xOy , duas retas verticais e a reta AB , bissetriz dos quadrantes ímpares.

Os pontos A e B também pertencem às retas verticais e têm ordenadas iguais a -2 e 3 , respetivamente.

2.1. Qual das condições seguintes define o domínio plano representado a sombreado, incluindo as fronteiras?

- (A) $-2 \leq x \leq 3 \wedge [(y \leq x \wedge y \geq 0) \vee (y \geq x \wedge y \leq 0)]$
 (B) $-2 \leq x \leq 3 \wedge [(y \geq x \wedge y \geq 0) \vee (y \leq x \wedge y \geq 0)]$
 (C) $-2 \leq x \leq 3 \wedge y \geq x \wedge y \leq 0$
 (D) $-2 \leq x \leq 3 \wedge [(y \leq x \wedge y \leq 0) \vee (y \geq x \wedge y \leq 0)]$



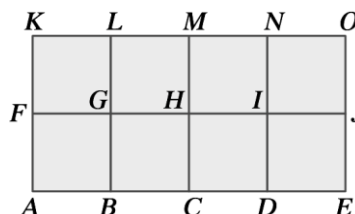
2.2. Qual é a distância entre os pontos A e B ?

- (A) $\sqrt{13}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $5\sqrt{2}$

3. Na figura ao lado, o retângulo $[AEOK]$ está dividido em oito quadrados geometricamente iguais.

Podemos afirmar que $N + \overline{LD} - \overline{BE}$ é igual a:

- (A) B (B) C
 (C) N (D) M



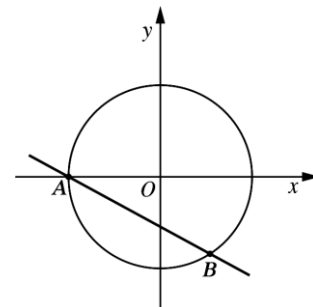
4. Considera o seguinte polinómio: $p(x) = x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8$.

Sabendo que 2 e -1 são zeros de p , determine o conjunto-solução $p(x) = 0$.

5. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n. xOy , uma reta AB e uma circunferência com centro na origem do referencial.

Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox ;
- uma equação vetorial da reta AB é $(x, y) = (-4, 0) + k(2, -1)$, $k \in \mathbb{R}$.



Determine as coordenadas do ponto B .

6. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere os vetores $\vec{u}(2, -1, m)$, $m \in \mathbb{R}$ e $\vec{v}(-\frac{1}{3}, n, 2)$, $n \in \mathbb{R}$.

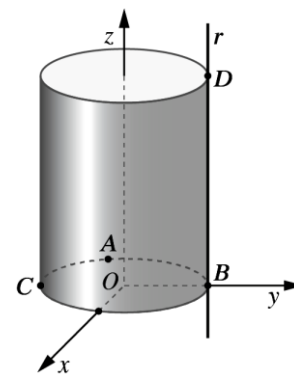
6.1. Determine m e n de modo que os vetores \vec{u} e \vec{v} sejam colineares.

6.2. Admita que $m = -2$. Determine as coordenadas do(s) vetor(es) colinear(es) com \vec{u} de norma 1.

7. Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro.

Sabe-se que:

- a base inferior do cilindro é um círculo contido no plano xOy de diâmetro $[BC]$ e raio $[OA]$;
- o ponto B tem ordenada positiva, o ponto C tem ordenada negativa e ambos pertencem ao eixo Oy ;
- o ponto A tem coordenadas $(-4, -3, 0)$;
- a reta r passa no ponto B e é paralela ao eixo Oz ;
- o ponto D pertence à reta r e à circunferência que limita a base superior do cilindro.



7.1. Mostre que o ponto B tem coordenadas $(0, 5, 0)$ e o ponto C tem coordenadas $(0, -5, 0)$.

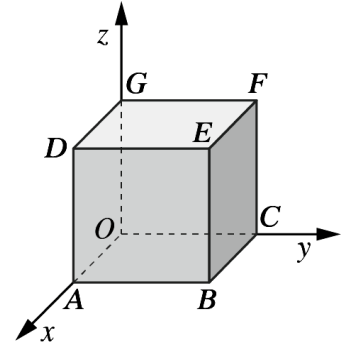
7.2. Escreva uma equação vetorial da reta r .

7.3. Sabendo que o volume do cilindro é igual a 200π , determine as coordenadas do ponto D .

8. Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[OABCDEFG]$.

Sabe-se que:

- o vértice O coincide com a origem do referencial;
- o vértice A pertence ao semieixo positivo Ox , o vértice C pertence ao semieixo positivo Oy e o vértice G pertence ao semieixo positivo Oz ;
- a abcissa do ponto A é 2;
- os pontos A e D , B e E , C e F , e O e G pertencem a arestas do cubo paralelas ao eixo Oz .



8.1. Escreva uma condição que defina a reta EF .

8.2. Mostre que o raio da superfície esférica que contém os oito vértices do cubo é $\sqrt{3}$ e determine uma equação dessa superfície esférica.

8.3. Determine uma equação do plano medidor do segmento de reta $[AC]$.

FIM

Cotações	Questões	1	2.1	2.2	3	4	5	6.1	6.2	7.1	7.2	7.3	8.1	8.2	8.3	Total
	Pontos	8	8	8	8	25	25	10	18	10	13	15	10	20	22	200

Soluções: 4. $p(x) = (x - 4)(x - 2)(x - 1)(x + 1)$; $S = \{-1, 1, 2, 4\}$ 5. $B\left(\frac{12}{5}, -\frac{16}{5}\right)$; 6.1. $m = -12$ e $n = \frac{1}{6}$
 6.2. $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ou $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$; 7.2. $(x, y, z) = (0, 5, 0) + k(0, 0, 1)$, $k \in \mathbb{R}$; 7.3. $D(0, 5, 8)$;
 8.1. $z = 2 \wedge y = 2$; 8.2. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 3$; 8.3. $y = x$.



Professor: Carlos Manuel Lourenço