

Prova Escrita de Matemática

10º ano de escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 90 minutos

12 de Dezembro de 2006

VERSÃO 1

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova. A ausência desta indicação implicará a anulação de todo o grupo I.

GRUPO I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos.**
- Cada resposta certa será cotada com + 9 pontos; cada resposta errada será cotada com zero pontos; cada questão não respondida ou anulada será cotada com zero pontos.

1. A negação da condição $-5 \leq x < 1$ é:

- (A) $-1 > x \geq 5$; (B) $-5 \geq x > 1$; (C) $x > 5 \vee x \leq 1$; (D) $x < -5 \vee x \geq 1$.

2. A recta que passa por $P(-3,5)$ e é perpendicular a $y = -2$ é definida por:

- (A) $y = 5$; (B) $x = 2$; (C) $y = -3$; (D) $x = -3$.

3. O ponto $P(-1,2,3)$ é simétrico de $Q(1,2,3)$ em relação:

- (A) à recta $x = 2 \wedge y = 3$; (B) ao plano yOz ; (C) ao plano $x = 1$; (D) ao eixo Ox .

4. A equação $y = 2$ representa:

- (A) um ponto no plano e uma recta no espaço; (B) uma recta no plano e um plano no espaço;
(C) um ponto quer no plano quer no espaço; (D) uma recta quer no plano quer no espaço.

5. A condição $x^2 + y^2 - 2x - 2 < 0$ representa:

- (A) a circunferência de centro $(-1,0)$ e raio 3; (B) o interior do círculo de centro $(1,0)$ e raio $\sqrt{3}$;
(C) o círculo de centro $(-1,0)$ e raio $\sqrt{3}$; (D) o interior do círculo de centro $(1,0)$ e raio 3.

6. O perímetro da secção determinada na superfície esférica $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$ pelo plano $z = 0$ é:

- (A) 18π ; (B) $2\sqrt{6}\pi$; (C) $4\sqrt{2}\pi$; (D) 6π .

7. Considere-se, no espaço, o ponto $A(3,-2,-1)$. Sabe-se que o plano xOz é o plano mediador de $[AB]$. As coordenadas de B são:

- (A) $(3, 2, -1)$; (B) $(-3, -2, -1)$; (C) $(-3, 2, 1)$; (D) $(3, -1, 1)$.

GRUPO I

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e justificações necessárias.

1. A partir de um cubo construiu-se um sólido retirando-lhe um cubo mais pequeno como é sugerido na figura 1.

Sabe-se que: $\overline{AB} = 2\overline{QB}$.

1.1. **Sem efectuar cálculos**, relacione o volume dos sólidos II e III.

1.2. Comente a afirmação:

“Se duplicarmos a aresta de um cubo obtém-se um outro cubo com o dobro do volume”.

1.3. Recorra às letras da figura e indique a posição relativa de:

1.3.1. OF e AD ;

1.3.2. GFB e ADG .

1.4. Qual a intersecção os planos GFB e ADG ?

1.5 Admita que o volume do cubo inicial é 512 cm^3 . Calcule o valor exacto do perímetro da secção determinada no sólido III pelo plano GQB .

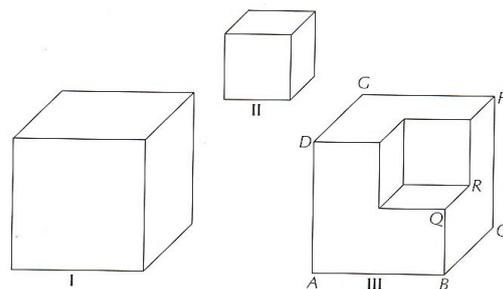


Figura 1

2. Considere a circunferência de centro $C\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ e diâmetro $[AB]$, sendo $A(5,0)$ e $B(0,-5)$.

2.1. Determine o raio da circunferência considerada.

2.2. Escreva uma equação da circunferência dada.

2.3. O ponto $P\left(\frac{10}{2}, 0\right)$ pertence à circunferência considerada?

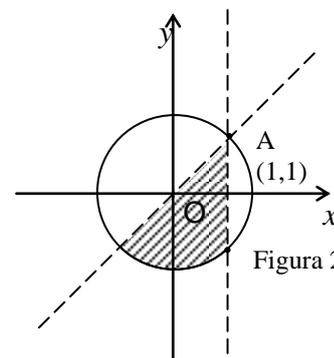


Figura 2

3. Indique uma condição que defina a região sombreada do plano representada na figura 2.

4. No referencial da figura 3 está representado um cubo e uma esfera inscrita no mesmo.

4.1. Indique as coordenadas:

4.1.1. do ponto F.

4.1.2. do simétrico de F relativamente a Oy .

4.1.3. do centro da esfera e o respectivo raio.

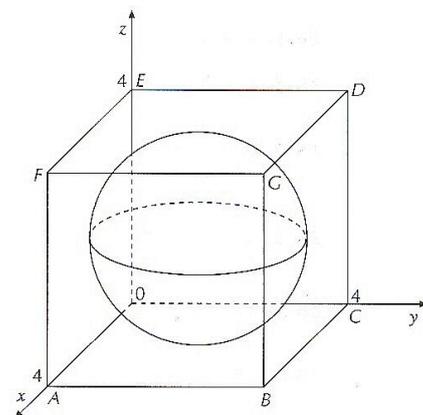
4.2. Defina por uma condição:

4.2.1. o plano BCD .

4.2.2. a face $[DEFG]$ do cubo.

4.2.3. a aresta $[AF]$ do cubo.

Figura 3



4.3. Dê exemplo das coordenadas de um ponto que pertença ao interior do cubo e ao exterior da esfera.

4.4. Admita que a unidade do referencial é o centímetro. Calcule o volume do espaço limitado pelo cubo e pela esfera. Apresente o resultado arredondado às unidades.

FIM