



Prova Escrita de Matemática

11.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

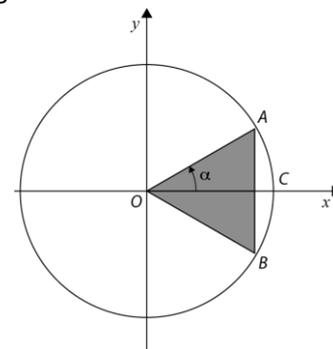
VERSÃO 1

28 de novembro de 2019

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
 - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
 - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
 - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
 - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
 - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
 - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Na figura ao lado estão representados, em referencial o.n. Oxy , a circunferência trigonométrica e um triângulo $[OAB]$.

- Os pontos A e B pertencem à circunferência.
- O segmento de reta $[AB]$ é perpendicular ao semieixo positivo Ox .
- O ponto C é o ponto de interseção da circunferência com o semieixo positivo Ox .



Seja α a amplitude do ângulo COA , $\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

1.1. Para um determinado valor de α , sabe-se que $\text{sen } \alpha = \frac{2}{5}$.

Determine o **valor exato** da área do triângulo $[OAB]$.

1.2. Considere agora que $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Quais são as coordenadas do ponto **B**?

- (A) $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ (B) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ (C) $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ (D) $(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{2})$

2. Seja f a função de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 1 - 3 \cdot \sin(2x)$.

Utilize processos exclusivamente analíticos na resolução dos seguintes itens:

2.1. Mostre que π é período da função f .

2.2. Determine o contradomínio da função f .

2.3. Sejam P e Q pontos do gráfico de f de abcissas, respetivamente, $\frac{\pi}{12}$ e $\frac{7\pi}{12}$.

Mostre que o ponto médio de $[PQ]$ não pertence ao gráfico de f .

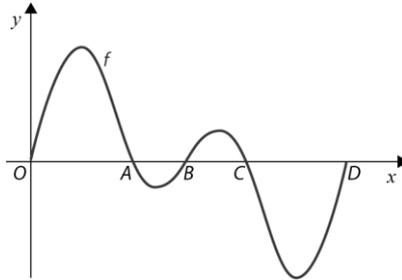
3. Considere a função f definida em $]0, \pi[$ por $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.

Mostre que $f\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \times f\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = 1$, $\forall \alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

4. Na figura está parte da representação gráfica da função f , de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \sin x + \sin(2x), \quad \text{considerando } x \text{ em radianos.}$$

Na janela de visualização utilizada para obter esta parte da representação gráfica de f , a curva intersecta o eixo Ox na origem e nos pontos A, B, C e D , assinalados na figura.



4.1. Determine, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, as abcissas dos pontos A, B, C e D .

4.2. Para qualquer valor real de x , $f(\pi - x) + f(\pi + x)$ é igual a:

- (A) $\sin(2x)$ (B) $-\sin(2x)$ (C) $2 \sin x$ (D) 0

4.3. Considere a representação gráfica da função f no intervalo $[0, 2\pi]$.

Nesse intervalo, sejam E e F os pontos do gráfico de ordenada 1 .

Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica, determine, **com aproximação às centésimas**, a área do trapézio $[OAFE]$.

Na sua resposta reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema e assinale, no(s) gráfico(s), o(s) ponto(s) relevante(s) e as suas abcissas, apresentando-as com três casas decimais.

5. Na figura, em referencial o.n. Oxy , está representado o retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

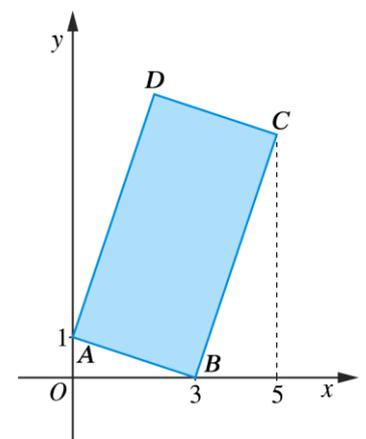
- o vértice A tem coordenadas $(0,1)$;
- o vértice B tem coordenadas $(3,0)$;
- o vértice C tem coordenadas $(5,6)$.

5.1. Represente a reta BC através de uma equação na forma reduzida.

5.2. Determine a área do retângulo $[ABCD]$.

5.3. A inclinação da reta AB é, aproximadamente:

- (A) $161,57^\circ$ (B) $-161,57^\circ$ (C) $18,43^\circ$ (D) $-18,43^\circ$



FIM

Cotações	Questões	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3	Total
	Pontos		24	8	22	20	15	24	15	8	10	21	25	8

Soluções: 1.1. $\frac{2\sqrt{21}}{25}$; 2.2. $CD_f = [-2, 4]$; 4.1. $x_A = \frac{2\pi}{3}$; $x_B = \pi$; $x_C = \frac{4\pi}{3}$; $x_D = 2\pi$; 4.3. $1,66$; 5.1. $y = 3x - 9$; 5.2. 20



Professor: Carlos Manuel Lourenço