

Prova Escrita de Matemática

11.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

15 de Novembro de 2018

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova. A ausência desta indicação implicará a anulação de todo o grupo I.

GRUPO I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Cada resposta certa será cotada com + 5 pontos; cada resposta errada será cotada com zero pontos; cada questão não respondida ou anulada será cotada com zero pontos.

1. Na figura 1, os círculos são todos iguais e estão inscritos no retângulo. Tal como a figura sugere, β é a amplitude do ângulo formado por um dos lados do retângulo com uma das diagonais.

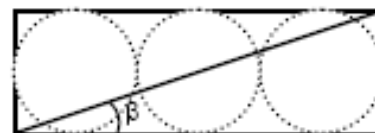


Figura 1

Qual é a equação verdadeira?

- (A) $\text{sen} \beta = \frac{1}{3}$ (B) $\text{sen} \beta = 3$ (C) $\text{tg} \beta = \frac{1}{3}$ (D) $\text{tg} \beta = 3$

2. De um certo ângulo α , sabe-se que $\text{tg} \alpha = -2$. Em qual das circunferências trigonométricas da figura 2 pode estar representado esse ângulo?

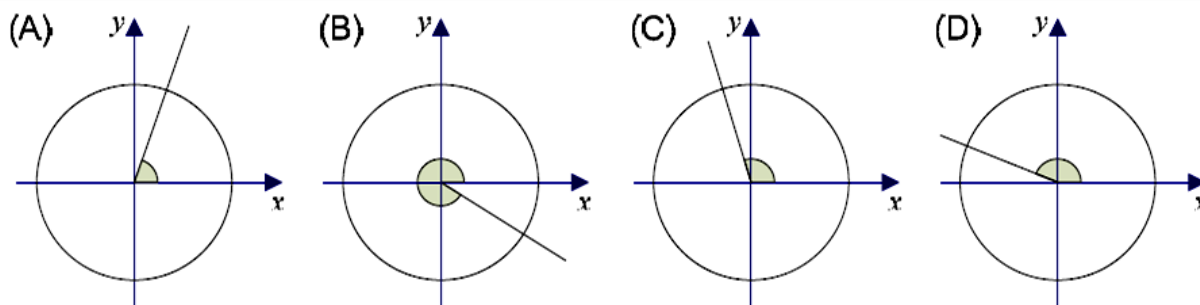


Figura 2

3. Na figura 3 está representada a circunferência trigonométrica e dois ângulos (α) e ($\pi + \alpha$).

Por observação da figura pode concluir-se que:

- (A) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ (B) $\text{tg} \alpha = 4$
 (C) $\text{tg} \alpha = \frac{5}{4}$ (D) $\text{sen} (\pi + \alpha) = -\frac{3}{5}$

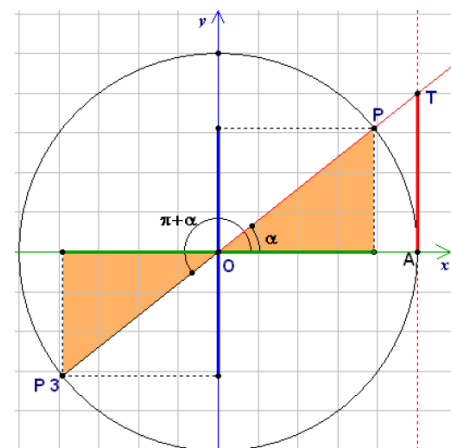


Figura 3

4. Seja D_g o domínio da função g definida por $g(x) = \frac{1}{1 - \operatorname{tg} x}$.

Indique qual das afirmações é **necessariamente falsa**.

- (A) $0 \in D_g$ (B) $\frac{5\pi}{4} \in D_g$ (C) $\pi \in D_g$ (D) $\frac{3\pi}{4} \in D_g$

5. Qual das seguintes funções é ímpar?

- (A) $f(x) = \operatorname{sen}(x - \pi)$ (B) $g(x) = 2 + \operatorname{sen}(x)$
 (C) $h(x) = -1 + \operatorname{cos}(x)$ (D) $i(x) = 1 - \operatorname{tg}(x)$

GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias. Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.

1. Na figura 4 está representado o prisma **quadrangular regular** $[ABCDEFGH]$.
 Sabe-se que o comprimento da diagonal facial $[DG]$ é igual a 7 cm.
 Seja α a amplitude do ângulo DGH .
 Determine o volume do prisma, em função de α .

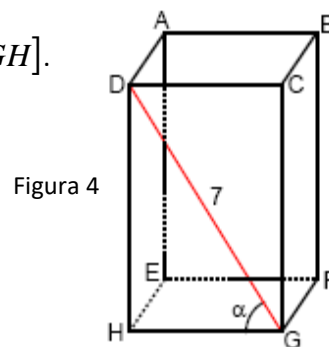


Figura 4

2. Na **circunferência trigonométrica** da figura 5, estão representados:

- o ângulo de amplitude β , que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade o segmento de reta $[OB]$.
- a reta AB , tangente à circunferência no ponto A e perpendicular ao eixo Ox .
- $\overline{OB} = \sqrt{5}$.

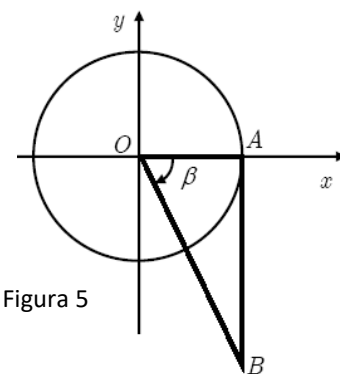


Figura 5

Sem usar a calculadora determine o **valor exato** de $\operatorname{sen} \beta$.

3. Prove que: $\frac{(\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x)^2 - 1}{1 - \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x} = \operatorname{tg} x$.

4. Considere a seguinte expressão: $A(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) + \operatorname{cos}\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) + \frac{\operatorname{sen}(-x)}{\operatorname{cos}(\pi + x)}$.

Mostre que $A(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{tg} x$.

5. Considere a função, real de variável real, definida no intervalo $x \in [0, 10]$ por:

$$f(x) = 20 - 5 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2} \right), \text{ cujo gráfico está representado na figura 6.}$$

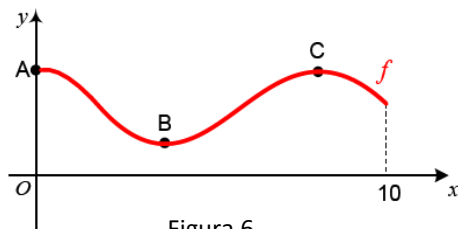


Figura 6

Os pontos A , B e C pertencem ao gráfico de f e são extremos absolutos da função.

Resolva **analiticamente** as três questões seguintes:

5.1. Mostre que 8 é período da função f .

5.2. Determine o máximo de f .

5.3. Calcule o valor de $f(4)$.

5.4. Indique, justificando, as coordenadas dos pontos A , B , C e o contradomínio da função f .

6. Considere a função g definida por: $g(x) = 3 \cos \left(\frac{x}{2} \right)$.

Sabe-se que:

- g é uma função par de período 4π .
- $g(a) = 2$ e $g(b) = -\frac{5}{3}$.

Determine o valor numérico da expressão $g(b + 8\pi) + 2g(-a)$.

FIM

	Grupo I	Grupo II									
Questões	5 pontos cada questão	1	2	3	4	5.1	5.2	5.3	5.4	6	Total
Pontos	25	20	20	18	28	20	17	17	17	18	200

Soluções – Grupo II: 1. $343 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha^2$; 2. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$; 5.2. 25 ; 5.3. 15 ; 5.4. $CD_f = [15, 25]$; 6. $\frac{7}{3}$



Professor: Carlos Manuel Lourenço