



Prova Escrita de Matemática

11.º Ano de Escolaridade – Turma A

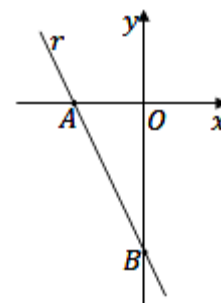
Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

12 de março de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
 - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
 - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
 - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
 - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
 - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
 - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Na figura, está representada, num referencial o.n. xOy , a reta r , definida pela equação $y = -2x - 4$.
Sabe-se que a reta r interseca os eixos Ox e Oy nos pontos A e B , respetivamente.



- 1.1. Determine o ponto médio de $[AB]$ e escreva uma equação da circunferência de diâmetro $[AB]$.

- 1.2. Para um certo número real a , diferente de zero, a reta s definida pela equação vetorial $(x, y) = (2a, a - 5) + k(a, a - 9)$, $k \in \mathbb{R}$ é paralela à reta r .

Qual é o valor de a ?

- (A) 1 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) 6

2. Considere a sucessão (u_n) definida por:
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -n + 1 + u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

- 2.1. Justifique que (u_n) é decrescente em sentido lato.

- 2.2. Qual é, em graus, a inclinação da reta AB , sabendo que, num referencial ortonormado xOy , os pontos A e B tem coordenadas $(0, u_1)$ e $(1, u_3)$, respetivamente?

3. Considere as sucessões (a_n) e (b_n) definidas por $a_n = \begin{cases} a_1 = 10 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n}{3} + 1 \end{cases}$ e $b_n = a_n - 3$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

- 3.1. Sabendo que $a_n > 3$, $\forall n \in \mathbb{N}$, mostre que (b_n) é uma progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$.

- 3.2. A soma dos primeiros vinte termos de (b_n) , com arredondamento às décimas, é igual a:

- (A) 21,0 (B) 30,0 (C) 70,0 (D) 266,7

4. Seja (v_n) uma progressão aritmética de razão 2 cujo segundo termo é $v_2 = 5$.

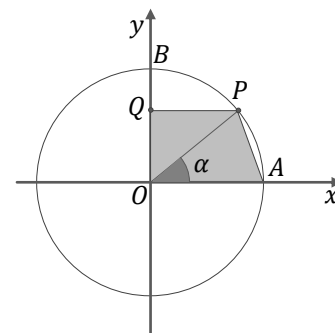
Qual é o centésimo termo da sucessão (v_n) ?

- (A) 101 (B) 201 (C) 301 (D) 401

5. Na figura, está representada a circunferência trigonométrica.

Sabe-se que:

- os pontos A e B tem coordenadas $(1, 0)$ e $(0, 1)$, respetivamente;
- o ponto P se desloca ao longo do arco AB e que o ponto Q se desloca ao longo do eixo Oy , de tal forma que $[QP]$ é sempre paralelo ao eixo Ox .



Para cada posição do ponto P , seja α a amplitude do ângulo AOP $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

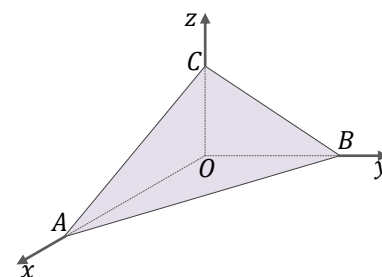
Qual das seguintes expressões dá a área do trapézio $[OAPQ]$, em função de α ?

- (A) $\frac{\cos \alpha (2 + \sin \alpha)}{2}$ (B) $\frac{(1 + \cos \alpha) \sin \alpha}{2}$
- (C) $\frac{3 \cos \alpha \sin \alpha}{2}$ (D) $\frac{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha}{2}$

6. Na figura está representada, num referencial ortonormado $Oxyz$, a pirâmide triangular $[OABC]$.

Sabe-se que:

- a face $[ABC]$ está contida no plano α definido, para determinado número real k , pela equação $x + 2y + 3z = k$.
- A , B e C são os pontos de interseção do plano α com os eixos Ox , Oy e Oz , respetivamente;
- O plano α contém o ponto D de coordenadas $(1, 1, 1)$.



6.1. Determine o valor de k .

6.2. Mostre que A , B e C têm coordenadas $(6, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$ e $(0, 0, 2)$, respetivamente.

Nota: Se não resolveu a alínea 6.1., considere $k = 6$.

6.3. Calcule a amplitude do ângulo BAC .

Apresente o resultado em gaus com arredondamento às décimas.

6.4. Determine uma equação vetorial da reta r que passa na origem do referencial e é perpendicular ao plano α .

6.5. Mostre que as coordenadas do ponto de interseção da reta r com o plano α são $\left(\frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{9}{7}\right)$.

6.6. Calcule a **distância exata** da origem do referencial ao plano α .

7. Sendo θ um ângulo obtuso, a que quadrante pertence o ângulo de amplitude $\frac{5\pi}{2} - \theta$?

- (A) Primeiro quadrante (B) Segundo quadrante
(C) Terceiro quadrante (D) Quarto quadrante

8. Determine o limite da sucessão (u_n) , definida por: $u_n = \frac{4n+4}{1-2n}$.

FIM

Questões	1.1	1.2	2.1	2.2	3.1	3.2	4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	7	8	Total
Pontos	18	8	15	12	15	8	8	8	10	22	18	10	18	10	8	12	200

Soluções: 1.1. $M(-1, -2)$ e $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$; 2.2. $\alpha = 135^\circ$; 6.1. $k = 6$; 6.3. $\alpha \approx 31,9^\circ$
6.4. $(x, y, z) = k(1, 2, 3), k \in \mathbb{R}$; 6.6. $\frac{3\sqrt{14}}{7}$; 8. -2 .



Professor: Carlos Manuel Lourenço