Prova Escrita de Matemática

11º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos | **VERSÃO 1** | 14 de Fevereiro de 2019

GRUPO I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Cada resposta certa será cotada com + 5 pontos; cada resposta errada será cotada com zero pontos; cada questão não respondida ou anulada será cotada com zero pontos.

1. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 5 - 3\,sen\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$.

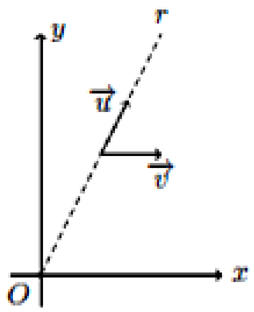
O contradomínio de f é:

(A) $[2,8]$ **(B)** $]-2,8]$ **(C)** $[-8,8[$ **(D)** $]-2,2[$

2. Considere, no referencial o.n. xOy , os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ representados na figura.

Sabe-se que:

- Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm norma unitária;
- O vetor $\vec{v}$ é paralelo ao eixo Ox ;
- $\vec{u}.\vec{v} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
- r passa na origem e tem $\vec{u}$ como vetor diretor.



Qual é a equação reduzida da reta r ?

(A) $y = x$ **(B)** $y = 2x$ **(C)** $y = 3x$ **(D)** $y = 4x$

3. O valor de a para o qual a reta de equação $a\,x - y - 2 = 0$ é perpendicular à reta definida por

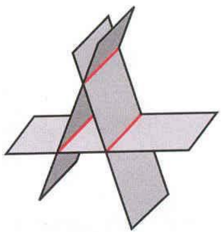
$\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = 5 - 3k \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$ é:

(A) $-\frac{1}{5}$ **(B)** $-\frac{3}{2}$ **(C)** -5 **(D)** $\frac{2}{3}$

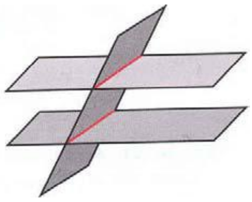
4. Qual das situações seguintes pode traduzir o sistema $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -4x+2y=1 \\ 2y+z=-4 \end{cases}$?

(A)

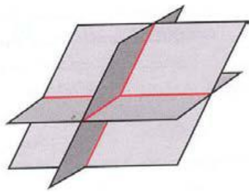
(B)



(C)



(D)



5. O termo geral de uma sucessão (a_n) é dado pela **<u>área a sombreado</u>** do quadrado da figura n .

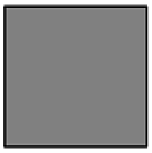


FIGURA 1

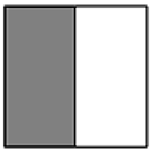


FIGURA 2

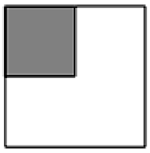


FIGURA 3

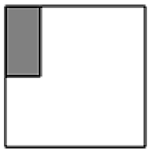


FIGURA 4

Se o quadrado da figura 1 tiver área igual a 1, podemos concluir que:

(A) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ **(B)** $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ **(C)** $a_n = \frac{n}{2}$ **(D)** $a_n = 2-n$

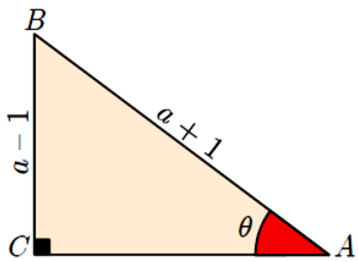
GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias. Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.

1. Na figura está representado um triângulo retângulo $[ABC]$.

Para $a \in]1,+\infty[$, tem-se:

- $\overline{AB} = a+1$;
- $\overline{BC} = a-1$;
- θ é a amplitude do ângulo BAC .



1.1. Determine, em função de a , uma expressão para $\cos\theta$.

1.2. Suponha agora que $a=3$. Determine, em graus, a amplitude do ângulo θ .

2. Mostre que, para todos os valores reais de x que dão significado às expressões, se tem:

$$\frac{1+\operatorname{sen} x}{1-\operatorname{sen} x} - \frac{1-\operatorname{sen} x}{1+\operatorname{sen} x} = \frac{4\operatorname{tg} x}{\cos x}$$

3. Determine, **<u>analiticamente</u>**, os valores de $x \in]0,\pi]$ tais que: $\operatorname{sen}(2x) + \cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = 0$.

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

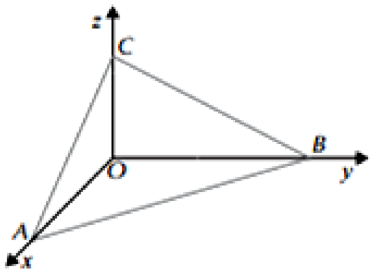
Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

4. Na figura está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, parte do plano ABC.

Sabe-se que:

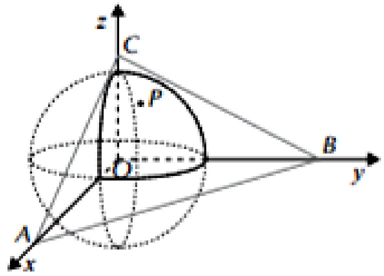
- A, B e C são pontos de interseção do plano ABC com os eixos coordenados;
- $A(4,0,0)$, $B(0,4,0)$ e $C(0,0,3)$.



4.1. Determine uma equação cartesiana do plano ABC.

4.2. Seja M o ponto médio do segmento de reta $[AC]$. Determine uma equação vetorial da reta MB.

4.3. O plano ABC é tangente, num ponto P, a uma esfera centrada na origem do referencial, tal como se ilustra na figura.



Tendo em conta que a reta OP é perpendicular ao plano ABC, determine o volume dessa esfera. Apresente o resultado arredondado às décimas.

<u>**Nota:**</u> Sempre que em cálculos intermédios proceder a arredondamentos, considere três casas decimais.

5. É da uma $a_n = 5 + \frac{2}{n}$.

5.1. Mostre que a sucessão é monótona decrescente.

5.2. Sem utilizar calculadora (exceto para eventuais cálculos numéricos), determine o primeiro termo que verifica a condição $a_n < 5{,}1$.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

5.3. Justifique que a sucessão (a_n) é limitada.

5.4. Considere agora a sucessão (b_n) definida por $b_n = \begin{cases} a_n & se \ \ n < 10 \\ (-1)^n & se \ \ n \geq 10 \end{cases}$

Investigue se $\frac{31}{6}$ é termo de (b_n).

FIM

	Grupo I	Grupo II										
Questões	25	1.1	1.2	2	3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3	5.4	**Total**
Pontos		12	10	14	22	20	15	20	18	15	15	14	**200**

Soluções: (Grupo II) **1.1.** $\frac{2\sqrt{a}}{a+1}$; **1.2.** 30^0; **3.** $\left\{\frac{\pi}{3}, \pi\right\}$; **4.1.** $3x + 3y + 4z = 12$; **4.2.** $(x, y, z) = (0,4,0) + k\left(-2,4,-\frac{3}{2}\right), k \in \mathbb{Z}$; **4.3.** 36,5 ; **5.2.** $\frac{107}{21}$; **5.3.** Não

xism@t.net

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu