



Prova Escrita de Matemática

11.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

22 de março de 2019

GRUPO I

- As quatro questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Cada resposta certa será cotada com + 5 pontos; cada resposta errada será cotada com zero pontos; cada questão não respondida ou anulada será cotada com zero pontos.

1. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 1 - \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

O contradomínio de f é:

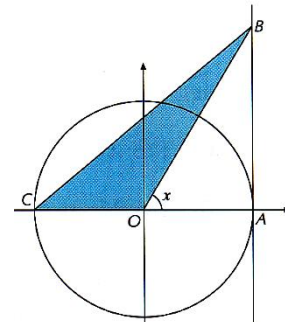
- (A) $[0,2]$ (B) $] -2,2]$ (C) $[-2,2[$ (D) $]0,2[$

2. Na figura está representado uma **circunferência trigonométrica** e um triângulo $[COB]$.

Seja $x \left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$ a amplitude do ângulo AOB e AB perpendicular a OA .

Qual das expressões seguintes representa a área do triângulo $[COB]$, em função de x ?

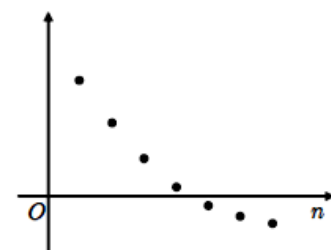
- (A) $\frac{\text{sen}x \cdot \text{tg} x}{2}$ (B) $\frac{\cos(\pi - x) \cdot \text{tg} x}{2}$ (C) $\text{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$ (D) $\frac{\text{tg} x}{2}$



3. Considere a sucessão (a_n) representada graficamente na figura ao lado pelos primeiros sete termos.

Qual é a proposição **necessariamente** verdadeira?

- (A) $a_n = 3 - n$ (B) $a_1 > 0$
 (C) 1 é termo de (a_n) (D) (a_n) é monótona



4. Considere a progressão aritmética (a_n) definida por: $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = 5 + a_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}$.

Então, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{18}$ é igual a:

- (A) 1604 (B) 837 (C) 805 (D) 198

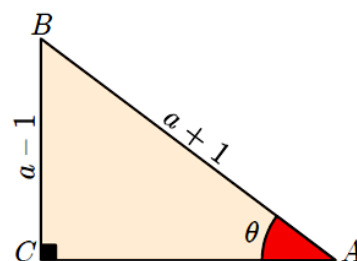
GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.

1. Na figura está representado um triângulo retângulo $[ABC]$.

Para $a \in]1, +\infty[$, tem-se:

- $\overline{AB} = a + 1$;
- $\overline{BC} = a - 1$;
- θ é a amplitude do ângulo BAC .



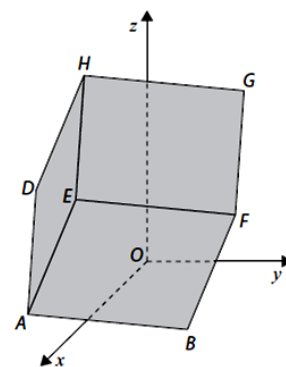
1.1. Determine, em função de a , uma expressão para $\operatorname{tg} \theta$.

1.2. Suponha agora que $a = 3$. Determine, em radianos, a amplitude do ângulo θ .

2. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$.
 (o ponto C não está representado na figura).

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(11, -1, 2)$;
- o ponto B tem coordenadas $(8, 5, 0)$;
- o ponto D tem coordenadas $(5, -3, 5)$;
- o ponto H tem coordenadas $(7, 0, 11)$.



2.1. Determine uma equação cartesiana do plano AHG .

2.2. Escreva uma equação vetorial da reta DC .

3. Sejam (u_n) , (v_n) e (w_n) as sucessões definidas por:

$$u_n = n + 3 \qquad v_n = (\sqrt{n} - n)(\sqrt{n} + n) \qquad w_n = \begin{cases} w_1 = -\frac{4}{9} \\ w_{n+1} = \frac{2w_n}{3} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

3.1. Determine $\lim \frac{v_n}{(u_n + n)^2}$ e $\lim (\sqrt{-v_n - u_n})$.

3.2. Mostre que (w_n) é uma progressão geométrica e indique a respetiva razão.

3.3. Mostre que $w_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$.

4. Seja f uma função real de variável real, definida por: $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^2 - 3x}$.

Utilize **métodos exclusivamente analíticos** para resolver as seguintes questões:

4.1. Determine o domínio da função f .

4.2. Determine os zeros da função f .

FIM

	Grupo I	Grupo II									
Questões	20	1.1	1.2	2.1	2.2	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	Total
Pontos		16	12	20	15	40	15	16	16	30	200

Soluções:
(Grupo II)
 1.1. $\frac{(a-1)\sqrt{a}}{2a}$; 1.2. $\frac{\pi}{6}$; 2.2. $(x, y, z) = (5, -3, 5) + k(-3, 6, -2), k \in \mathbb{R}$; 3.1. $-\frac{1}{4}$ e $+\infty$;
 3.2. $r = \frac{2}{3}$; 4.1. $\mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$; 4.2. $\{-1, 2\}$.



Professor: Carlos Manuel Lourenço