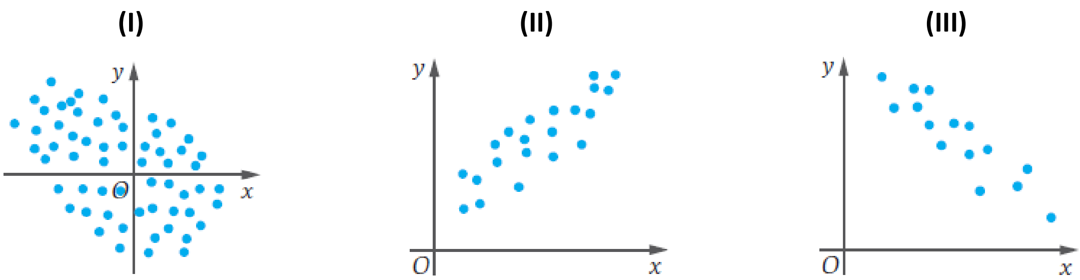
Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos **VERSÃO 1** 29 de outubro de 2019

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Nos referenciais seguintes, estão representadas três nuvens de pontos.



Faça corresponder a cada nuvem de pontos um dos seguintes coeficientes de correlação linear:

$r_1 = 0,86$ $r_2 = -0,39$ $r_3 = -0,89$

2. Na tabela seguinte, apresentam-se os dados relativos ao número de horas de estudo de sete alunos para um teste de Matemática e a classificação obtida por cada um.

Tempo de estudo (horas)	3	1	5	10	6	8	9
Classificação (valores)	7	4	7	14	10	12	16

2.1. Recorrendo à calculadora, obtenha o coeficiente de correlação linear desta amostra. Apresente esse valor arredondado às centésimas.
Classifique a associação linear entre as variáveis estatísticas.

2.2. Recorrendo à calculadora, determine a equação reduzida da reta de mínimos quadrados relativa a esta amostra.

2.3. Utilize a equação obtida em 2.2. para obter uma estimativa da classificação obtida por um aluno que tenha estudado 7 horas. Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

3. Considere uma sala de aula constituída por 5 filas de 6 mesas individuais.

Tendo em conta uma turma de 25 alunos, de quantas maneiras diferentes os alunos se podem sentar pelas filas tendo em conta que as primeiras duas filas estão completamente preenchidas?

(A) ${}^{25}C_{12} \times {}^{18}C_{13}$ **(B)** ${}^{25}A_{12} \times {}^{18}A_{13}$ **(C)** ${}^{25}C_{12} \times 18\,!$ **(D)** ${}^{25}A_{12} \times 18\,!$

4. Uma caixa contém seis bolas vermelhas, três bolas brancas e duas bolas azuis.

Tanto as bolas vermelhas como as bolas brancas são iguais entre si, isto é, são indistinguíveis. As bolas azuis são numeradas de 1 a 2.

As 11 bolas vão ser retiradas da caixa e colocadas em fila, umas ao lado das outras.

4.1. Quantas filas diferentes é possível formar de modo que as bolas azuis fiquem seguidas?

(A) $\dfrac{9!\times 2!}{6!\times 3!}$ **(B)** $10 \times 2! \times \dfrac{9!}{6!\times 3!}$

(C) $\dfrac{10!\times 2!}{9!}$ **(D)** ${}^{11}C_6 \times {}^{5}C_3 \times 2!$

4.2. Calcule o número de filas diferentes que é possível formar com as 11 bolas, sem qualquer restrição?

5. Um código de abertura de uma mala é formado por quatro caracteres escolhidos entre 26 letras (A, B, C, ..., Z) e 10 algarismos (0, 1, 2, ...,9).

5.1. Quantos códigos se podem formar com duas letras diferentes e dois algarismos diferentes?

(A) 351 000 **(B)** 58 500 **(C)** 14 625 **(D)** 388 800

5.2. Determine o número de códigos que é possível formar com quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número par?

<u>Sugestão:</u> ao número total de códigos com quatro algarismos diferentes retire o número de códigos com quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número impar.

6. A seguir está representada parte de duas linhas consecutivas do Triângulo de Pascal.

$$\begin{array}{ccccccc} & {}^{n}C_0 & & {}^{n}C_1 & & {}^{n}C_2 & \ldots \\ {}^{n+1}C_0 & & {}^{n+1}C_1 & & {}^{n+1}C_2 & & \ldots \end{array}$$

6.1. Se ${}^{n}C_0 + {}^{n}C_1 + {}^{n}C_2 = a$, mostre que ${}^{n+1}C_0 + {}^{n+1}C_1 + {}^{n+1}C_2 = 1 + a + n$.

6.2. A diferença entre a soma dos três últimos elementos **de uma linha** do Triângulo de Pascal e a soma dos três primeiros elementos **da linha anterior** é 30. Recorra ao resultado obtido em **6.1.** para determinar o número total de elementos dessas duas linhas.

7. Para um certo valor de $k \in \mathbb{R}^+$, um dos termos de desenvolvimento de $\left(\sqrt{x}\,.\,y + k^2\right)^{10}$ é $11\,520xy^2$.

Qual é esse valor de k ?

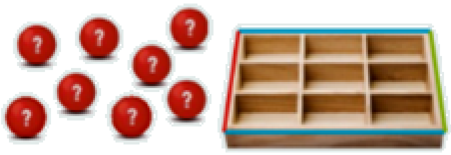
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** $\sqrt{2}$

8. Dado um universo U , prove que para quaisquer dois subconjuntos A e B de U , se tem:

$$B \cap \left(A \cup \overline{A \cap \overline{B}}\right) = B$$

9. Uma linha do triângulo de Pascal tem 8 elementos. O número correspondente a cada um desses elementos é escrito numa de 8 bolas iguais. De seguida, as 8 bolas vão ser distribuídas por 8 dos 9 compartimentos de uma caixa.

Atendendo aos números das bolas, de quantas maneiras diferentes é possível fazer essa distribuição?



Uma possível resposta a esta questão pode ser obtida através da expressão: ${}^9\mathrm{C}_8 \times \frac{8\,!}{(2!)^4}$.

Numa pequena composição explique esta resposta.

Deve organizar a composição de acordo com os seguintes tópicos:

- explicitar os elementos da linha do Triângulo de Pascal;
- explicar o significado, no contexto apresentado, de ${}^9\mathrm{C}_8$, de $\frac{8\,!}{(2!)^4}$ e da expressão dada.

FIM

Cotações	Questões	1	2.1	2.2	2.3	3	4.1	4.2	5.1	5.2	6.1	6.2	7	8	9	**Total**
	Pontos	10	15	15	15	10	10	18	10	15	20	20	10	12	20	**200**

Soluções: **2.1.** $\mathrm{r} = 0{,}95$; **2.2.** $y = 1{,}25x + 2{,}5$; **4.2.** 9 240 ; **5.2.** 4 920 ; **6.2.** 61

xism@t.net

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu