Agrupamento de Escolas de Alter do Chão

Escola Básica 2,3/Secundária Padre José Agostinho Rodrigues

Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos **VERSÃO 1** 9 de Novembro de 2018

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova. A ausência desta indicação implicará a anulação de todo o grupo I.

GRUPO I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Cada resposta certa será cotada com + 5 pontos; cada resposta errada será cotada com zero pontos; cada questão não respondida ou anulada será cotada com zero pontos.

1. Considere as primeiras treze letras do alfabeto português (a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, l, m, n).
Quantas sequências se podem formar com oito destas letras, sabendo que existem exatamente uma letra g , duas vezes a letra a e não existem mais letras repetidas?

(A) ${}^{8}A_2 \times 6 \times {}^{11}A_5$ **(B)** ${}^{8}C_2 \times 6 \times {}^{11}A_5$ **(C)** ${}^{8}C_2 \times 6 \times {}^{11}C_5$ **(D)** ${}^{8}C_2 \times 6 \times 5!$

2. A soma dos dois primeiros números de uma linha do triângulo de Pascal com os dois últimos números da **linha seguinte** é 39.

Quantos números têm cada uma dessas linhas?

(A) $18\ e\ 19$, respetivamente **(B)** $20\ e\ 21$, respetivamente
(C) $19\ e\ 20$, respetivamente **(D)** $21\ e\ 22$, respetivamente

3. Como se sabe, os coeficientes dos monómios associados ao desenvolvimento de $(x+y)^n$ são os números da linha n do triângulo de Pascal. Sabendo que um dos termos desse desenvolvimento é o monómio $56x^3y^5$, quantos elementos tem essa linha do triângulo de Pascal?

(A) 7 **(B)** 8 **(C)** 9 **(D)** 10

4. Seja E o espaço amostral associado a uma experiência aleatória.
Sejam X e Y dois acontecimentos compatíveis de E. Sabe-se que $P(X) = P(Y) = 0{,}2$.
Qual dos números seguintes pode ser o valor de $P(X \cap Y)$?

(A) 0,4 **(B)** 0,6 **(C)** 0,1 **(D)** 0

5. Seja E o espaço amostral (com um número finito de elementos) associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos, contidos em E, nenhum deles impossível nem certo e $A \subset B$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $P(A) > P(B)$ **(B)** $P(A \cap B) = 0$
(C) $P(A \cup B) = 1$ **(D)** $P(\overline{A}) \geq P(\overline{B})$

GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias. Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.

1. Seja E o espaço amostral associado a uma experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos, contidos em E, ambos com probabilidade não nula.
Prove que:

$$P(A)-P\left(\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P(A\cap B)$$

2. Considere os números naturais n , b , p , s tais que $n=b+p+s$.

2.1. Mostre que: ${}^{n}C_{b}\times{}^{n-b}C_{p}=\dfrac{n!}{b!\,p!\,s!}$.

2.2. Utilizando os sete algarismos que constituem o número 5 354 531, determine quantos números pares podem ser formados.

3. Considere o seguinte problema:

"Num projeto de uma escola estão envolvidos 18 alunos e 2 professores. Vão ser escolhidos 4 deles para organizar um plano de marketing.
Qual é a probabilidade de o grupo escolhido conter um dos professores?"

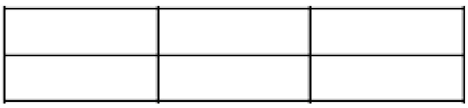
Uma resposta correta para este problema é: $\dfrac{2\times{}^{18}C_{3}}{{}^{20}C_{4}}$

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- Referência à Regra de Laplace.
- Explicação do número de casos possíveis.
- Explicação do número de casos favoráveis.

4. Um painel aplicado numa parede é formado por seis retângulos, como a figura mostra.



4.1. De quantos modos diferentes se pode pintar o painel, sabendo que dois dos retângulos têm de ser azuis e os quatro restantes de cores diferentes, escolhidas entre amarelo, preto, verde, branco e vermelho?

4.2. De quantos modos diferentes se pode pintar o painel, nas mesmas condições da alínea anterior, mas impondo ainda que os retângulos azuis não podem ter um lado em comum?

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

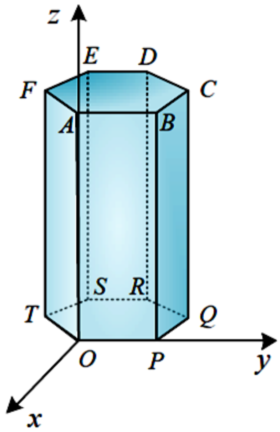
Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

5. Na figura está representado, em referencial *o.n.* $Oxyz$ um prisma hexagonal regular $[ABCDEFOPQRST]$.

Sabe-se que:

- A base inferior do prisma está contida no plano xOy.
- O eixo Oy contém a aresta $[OP]$.
- O eixo Oz contém a aresta $[OA]$.



5.1. Escolhe-se ao acaso, uma aresta do prisma perpendicular ao eixo Oz.
Qual é a probabilidade de essa aresta ser estritamente paralela ao eixo Oy?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

5.2. Os pontos assinalados são os vértices do prisma hexagonal. Considere agora que se assinalam outros *n* pontos $(n \in \mathbb{N})$ na face $[ABPO]$ de maneira a que nunca haja três pontos colineares.
Escolhem-se, ao acaso, três dos pontos dessa face.

Mostre que a probabilidade de ser construído um triângulo em que o ponto *B* não seja um dos vértices é igual a $\frac{n+1}{n+4}$.

FIM

Cotações

	Grupo I	Grupo II								
Questões	5 pontos cada questão	1	2.1	2.2	3	4.1	4.2	5.1	5.2	**Total**
Pontos	25	22	20	20	25	22	22	20	24	**200**

Soluções: **2.2.** 60; **4.1.** 1800; **4.2.** 960; **5.1.** $\frac{1}{4}$

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por: