REPÚBLICA PORTUGUESA | EDUCAÇÃO

DGEstE – DSRA 135185

Agrupamento de Escolas de Alter do Chão

Escola Básica 2,3/Secundária Padre José Agostinho Rodrigues

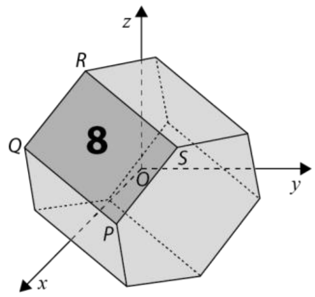
Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos **VERSÃO 1** 3 de dezembro de 2019

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular com uma das faces laterais numerada com o número 8.



1.1. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices do prisma. Qual é a probabilidade de esses vértices formarem um segmento de reta perpendicular às bases do prisma?

(A) $\frac{1}{11}$ **(B)** $\frac{1}{12}$ **(C)** $\frac{2}{11}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

1.2. Considere agora que se pretende numerar as sete faces do prisma não numeradas, utilizando os algarismos de 1 a 7 e colocando um algarismo diferente em cada face.

De quantas maneiras o poderemos fazer de forma que nas bases do prisma fiquem apenas números primos?

1.3. Dispõe-se de n cores diferentes $(n \geq 7)$ para colorir todas as faces do prisma.

Qual é a probabilidade de, ao colorir cada face do prisma com uma única cor, exatamente duas faces sejam pintadas da mesma cor e as restantes faces do prisma sejam pintadas com cores diferentes entre si?

(A) $\frac{{}^{8}C_2 \times 2! \times {}^{n-1}A_6}{{}^{n}A'_8}$ **(B)** $\frac{{}^{8}C_2 \times n \times {}^{n-1}A_6}{{}^{n}A'_8}$

(C) $\frac{{}^{8}C_2 \times n \times {}^{n-1}A_6}{{}^{n}A_8}$ **(D)** $\frac{{}^{8}C_2 \times n \times {}^{n-1}A_6 \times 8!}{{}^{n}A'_8}$

2. Sejam $(E, \mathcal{P}(E), P)$ um espaço de probabilidades e $A, B \in \mathcal{P}(E)$ dois acontecimentos possíveis, incompatíveis e equiprováveis. Sabe-se ainda que $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}4$.

Qual é o valor de $P(\bar{A} \cap B)$?

(A) 1 **(B)** 0 **(C)** 0,4 **(D)** 0,3

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13

7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371

Fax: 245 613 211

e-mail: epjaralter@gmail.com

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por: ALENTEJO 2020 | PORTUGAL 2020 | UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

3. Seja E o espaço de resultados associado a uma dada experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos de probabilidade não nula.

3.1. Prove que $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) - P(A)[1 - P(B\ /\ A)]$.

3.2. Dos alunos de uma turma, sabe-se que:

- a quarta parte pratica futebol;
- a terça parte são rapazes;
- dos que praticam futebol, metade são rapazes.

3.2.1. Escolhendo aleatoriamente um aluno dessa turma, determine a probabilidade de não praticar futebol nem ser rapaz? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

3.2.2. Verifique se os acontecimentos "o aluno pratica futebol" e "o aluno é rapaz" são independentes.

4. Uma caixa 1 contém várias bolas numeradas.
Uma caixa 2 contém 31 bolas numeradas com números pares e algumas bolas numeradas com números ímpares.

Caixa 1

Caixa 2

Considere a experiência que consiste em tirar simultaneamente e ao acaso duas bolas da caixa 1, colocá-las na caixa 2 e, em seguida, tirar, também ao acaso, uma bola da caixa 2.

Sejam A e B os acontecimentos:

A: "A soma dos números das bolas tiradas da caixa 1 é um número ímpar";

B: "A bola retirada da caixa 2 tem um número ímpar";

Sabendo que $P(B|A) = \frac{1}{3}$, quantas bolas com número ímpar estavam inicialmente na caixa 2?

Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por:

- explicar o significado de $P(B\ /\ A)$, no contexto da situação descrita.
- explicar o número de casos favoráveis.
- explicar o número de casos possíveis.
- fazer referência à Regra de Laplace.

5. Considere as sucessões (u_n) e (v_n), definidas por: $u_n = \frac{n!}{n^2}$ e $v_n = \frac{(n-1)(n-2)}{n}$.

5.1. Calcule o $\lim\ v_n$.

5.2. Mostre que $u_n \geq v_n$, $\forall n \geq 3$.

5.3. Indique e justifique o $\lim\ u_n$.

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:
ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

6. Considere a função g definida em $\mathbb{R}$ por $g(x) = x^5 + x - 1$.

Sabe-se que uma função h é tal que $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $g(x) \geq h(x)$.

O valor de $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1 - g(x) \times h(x)}{g(x)}$ é:

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** $+\infty$ **(D)** $-\infty$

FIM

Cotações	Questões	1.1	1.2	1.3	2	3.1	3.2.1	3.2.2	4	5.1	5.2	5.3	6	**Total**
	Pontos	8	20	8	8	28	30	12	30	16	20	12	8	**200**

Soluções: **1.2.** 1440 ; **3.2.1.** $\frac{13}{24}$; **3.2.2.** Não ; **4.** 15 ; **5.1.** $+\infty$; **5.3.** $+\infty$

xism@t.net

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:

ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com