



## Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

06 de Fevereiro de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Considere um cubo com as faces numeradas de 1 a 6. Pretende-se colorir as faces do cubo dispendo-se para o efeito de seis cores distintas.

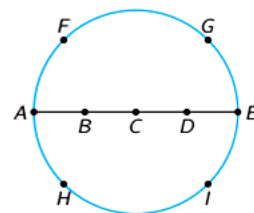
De quantas maneiras diferentes podemos colorir o cubo, supondo que duas das faces têm de ter a mesma cor e as restantes, cores diferentes?

- (A)  $6! \times 5!$       (B)  $6 \times {}^6C_2 \times {}^5A_4$       (C)  ${}^6C_2 \times 5!$       (D)  $6 \times {}^6A_2 \times {}^5C_4$

2. Na figura ao lado está representada uma circunferência e os pontos  $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ . Vão ser escolhidos dois pontos pertencentes ao diâmetro  $[AE]$  e um ponto pertencente à circunferência (excluindo os pontos  $A$  e  $E$ ).

Qual a probabilidade dos três pontos escolhidos definirem um triângulo retângulo?

- (A)  $\frac{1}{10}$       (B)  $\frac{1}{5}$       (C)  $\frac{3}{10}$       (D)  $\frac{2}{5}$



3. De uma escola de Ensino Básico e Secundário, sabe-se que todos os seus alunos almoçam nas instalações da escola: uns optam pelo menu da cantina e os restantes trazem almoço de casa.

Sabe-se ainda que:

- 70 % dos alunos frequentam o Ensino Secundário;
- dos alunos que frequentam o Ensino Secundário, 2 em cada 10 almoçam todos os dias na cantina;
- um sexto dos alunos que frequentam o Ensino Básico opta por trazer o almoço de casa todos os dias.

Escolheu-se ao acaso um dos alunos desta escola para participar num debate.

Calcule a probabilidade de ter sido escolhido um aluno que frequenta o Ensino Básico ou que almoce na cantina, mas não ambos? Apresente o resultado na forma de percentagem.

4. Sabe-se que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+2k} \right)^n = \sqrt{e}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Qual é o valor de  $k$ ?

- (A)  $\sqrt{2}$       (B)  $-\frac{3}{4}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $-\frac{1}{2}$

5. Considere a função  $f$  par, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ .  
 Determine, na forma reduzida, as equações das assíntotas ao gráfico de  $f$ .

6. Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $g(x) = 2x + \frac{1}{x} - 4$ .

6.1. Recorrendo ao Teorema de Bolzano-Cauchy, **prove que existe** pelo menos um número real  $a \in ]2, 3[$ , tal que o valor da imagem de  $g$  no ponto de abscissa  $a$  é igual ao valor do declive da reta tangente ao gráfico de  $g$  nesse mesmo ponto.

6.2. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine o(s) valor(es) de  $a$ .

Na sua resposta deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir, no mesmo referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões), visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s);
- apresentar a solução pedida, com arredondamento às centésimas.

7. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $f(x) = x^2 + \frac{8}{x}$ .

7.1. Determine o valor de  $f'(1)$ , **recorrendo à definição de derivada**.

7.2. Estude o gráfico de  $f$  quanto ao sentido das concavidades e existência de pontos de inflexão.

8. Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = 3^x - 4$ .

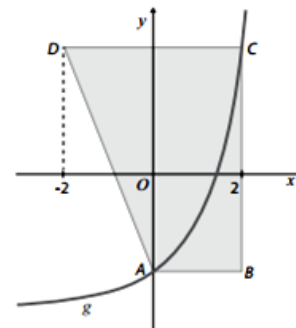
8.1. Determine a abscissa do ponto do gráfico de  $g$  de ordenada  $\frac{9}{\sqrt[3]{9}} - 4$ .

8.2. Na figura estão representados, num referencial o.n  $xOy$ , parte do gráfico da função  $g$  e o trapézio retângulo  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao gráfico de  $g$  e ao eixo  $Oy$ ;
- o ponto  $B$  tem a mesma ordenada que  $A$ ;
- o ponto  $C$  tem a mesma abscissa que  $B$ ;
- o ponto  $D$  tem abscissa  $-2$  e a mesma ordenada que  $C$ ;

Supondo que a abscissa do ponto  $B$  é  $2$ , calcule a área do trapézio  $[ABCD]$ .



9. De uma função  $h$ , sabe-se que:

- $h(x) = x^2 + bx + c$ , com  $b, c \in \mathbb{R}$ .
- $h$  tem dois zeros, o  $2$  e o  $3$ .

Determine o valor de  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - 1}{h(x)}$ .

FIM

Cotações	Questões	1	2	3	4	5	6.1	6.2	7.1	7.2	8.1	8.2	9	Total
	Pontos		8	8	25	8	25	15	15	15	36	12	20	13

**Soluções:** 3. 19 %; 5.  $y = x$  e  $y = -x$ ; 6.2. 2,75; 7.1. -6; 7.2.  $\cup$ : em  $]-\infty, 2]$  e em  $]0, +\infty[$ ;  
 $\cap$ : em  $[-2, 0[$ ; P. I: em  $x = 2$ ; 8.1.  $\frac{8}{5}$ ; 8.2. 24; 9. -1.



Professor: Carlos Manuel Lourenço