



Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

21 de Janeiro de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
 - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
 - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
 - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
 - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
 - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
 - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Numa unidade de saúde há uma equipa constituída por sete médicos: quatro homens e três mulheres, entre eles um casal, a Sílvia e o Gustavo.

1.1. Para tirar uma fotografia, a equipa de médicos vai dispor-se lado a lado, formando uma sequência de sete elementos, como é sugerido pela figura.



Determine o número de sequências diferentes que é possível formar, de modo que os membros do casal fiquem juntos.

1.2. Para a escala de fim de semana vão ser escolhidos, ao acaso, três membros da equipa.

A probabilidade, arredondada às milésimas, de pelo menos um dos membros do casal ser escolhido é:

- (A) 0,286 (B) 0,571 (C) 0,714 (D) 0,857

2. Considere uma empresa em que, relativamente aos seus trabalhadores, se sabe que:

- dois em cada cinco são mulheres;
- 24 % são mulheres do quadro da empresa (têm contrato de trabalho permanente);
- a terça parte dos homens não pertencem ao quadro (têm contrato de trabalho a prazo).

2.1. Escolhido, ao acaso, um trabalhador dessa empresa, determine a probabilidade de esse trabalhador:

- 2.1.1. pertencer ao quadro da empresa, sabendo que é uma mulher;
- 2.1.2. pertencer ao quadro da empresa;

2.2. Determine o número de trabalhadores da empresa, sabendo que 36 destes são mulheres que não pertencem ao quadro da empresa.

3. Seja f a função definida por $f(x) = |x^2 - 4|$.

Recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto do seu domínio, averigue se f é diferenciável em $x = 2$.

4. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = 2x^3 - 4x$.

4.1. Recorrendo ao Teorema de Bolzano-Cauchy, **prove que existe** pelo menos um ponto do gráfico de g , de abcissa em $]1, 2[$, tal que a ordenada é igual ao inverso da sua abcissa.

4.2. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine o valor dessa abcissa.

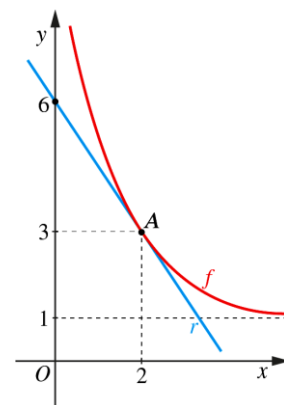
Na sua resposta deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir, no mesmo referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões), visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s);
- apresentar a solução pedida, com arredondamento às milésimas;

5. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f , de domínio \mathbb{R} e contradomínio \mathbb{R}^+ .

Sabe-se que:

- a reta r é tangente ao gráfico de f , no ponto $A(2,3)$ e interseja Oy no ponto de coordenadas $(0, 6)$;
- a reta $y = 1$ é assíntota ao gráfico de f quando x tende para $+\infty$.



5.1. O valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - f(x)}{x}$ é:

- (A) $+\infty$ (B) 3 (C) 2 (D) 1

5.2. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = x^2 - \sqrt{f(x)}$. Calcule o **valor exato** de $g'(2)$.

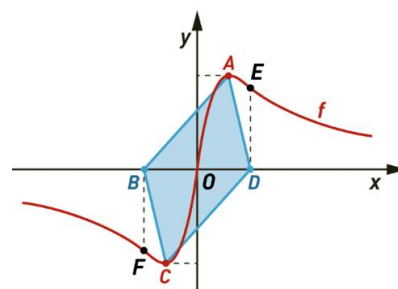
6. Na figura ao lado está representada a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \frac{6x}{x^2+1}$.

Sabe-se que:

- A, C, E e F são pontos do gráfico de f ;
- A, C, B e D são vértices do quadrilátero $[ABCD]$;
- B e D são pontos do eixo Ox .

6.1. Determine, **analiticamente**, as coordenadas dos vértices A e C , sabendo que as respetivas ordenadas são extremos da função f .

6.2. Determine, **analiticamente**, as coordenadas dos pontos E e F , sabendo que são pontos de inflexão do gráfico de f .



FIM

Cotações	Questões	1.1	1.2	2.1.1	2.1.2	2.2	3	4.1	4.2	5.1	5.2	6.1	6.2	Total
	Pontos		15	10	15	15	15	20	15	15	10	20	25	25

Soluções: 1.1. 1440; 2.1.1. $\frac{3}{5}$; 2.1.2. 0,64; 2.2. 225; 4.2. 1,492; 5.2. $\frac{16+\sqrt{3}}{4}$; 6.1. $A(1, 3)$ $C(-1, -3)$
 6.2. $E(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ $F(-\sqrt{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$



Professor: Carlos Manuel Lourenço