



Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

27 de Fevereiro de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
 - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
 - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
 - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
 - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
 - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
 - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Seja E um conjunto finito, P uma probabilidade em $\mathcal{P}(E)$ e sejam A e B dois acontecimentos ($A, B \in \mathcal{P}(E)$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,6$
- $P(A \cap B) = 0,1$
- $P(A|B) = 0,5$

Qual é o valor de $P(\overline{A} \cap \overline{B})$?

- (A) 0,2 (B) 0,3 (C) 0,5 (D) 0,7

2. Considere a linha do Triângulo de Pascal cuja soma dos quatro menores elementos é igual a 22. Escolhem-se, ao acaso, dois elementos dessa linha.

Qual é a probabilidade de a soma desses dois elementos ser inferior a 100 ?

- (A) $\frac{15}{{}^{11}C_2}$ (B) $\frac{6}{{}^{11}C_2}$ (C) $\frac{15}{{}^{10}C_2}$ (D) $\frac{6}{{}^{10}C_2}$

3. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por:

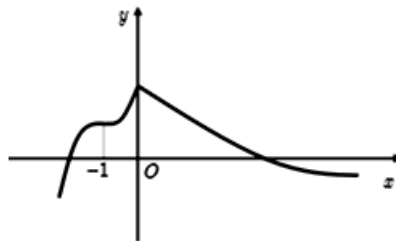
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x^2 + 2x} - x & \text{se } x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 0 \\ \frac{4x^2 + 3x + \frac{1}{2}}{-2x - 1} & \text{se } -\frac{1}{2} < x < 0 \end{cases}$$

3.1. Determine, analiticamente em $]-\frac{1}{2}, 0[$, o(s) zero(s) de f .

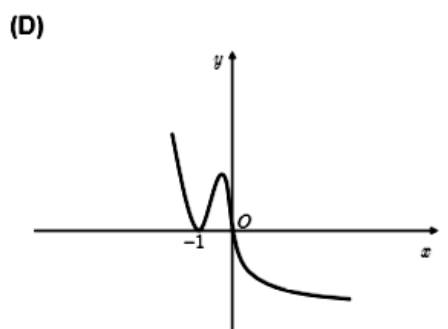
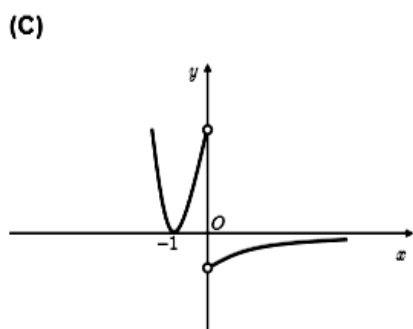
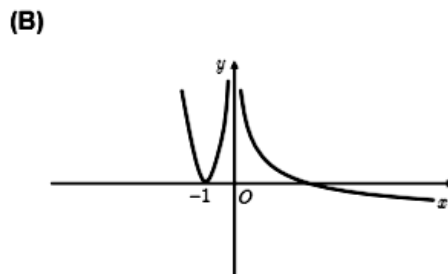
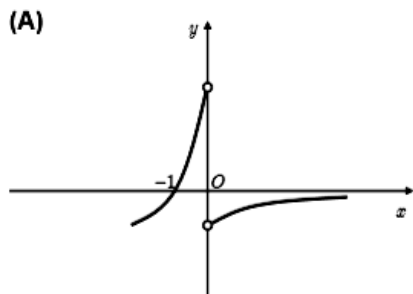
3.2. Recorrendo à **definição de derivada de uma função num ponto**, determine $f'(-\frac{1}{4})$.

3.3. Sejam $m, b \in \mathbb{R}$ tais que $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (mx + b)] = 0$. Determine os valores de \underline{m} e de \underline{b} e interprete os valores obtidos em termos de assíntotas ao gráfico de f .

4. Na figura junta está parte da representação gráfica de uma função f de domínio \mathbb{R} .



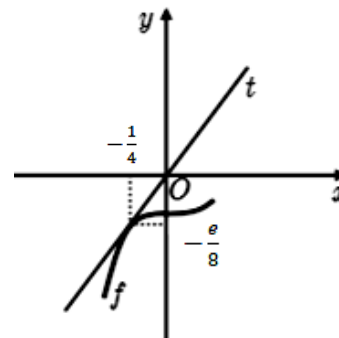
Qual das seguintes pode ser a representação gráfica da função f' , **derivada** de f ?



5. Na figura ao lado, está parte do gráfico de uma função f de domínio \mathbb{R} .

A reta t é tangente a esse gráfico no ponto $(-\frac{1}{4}, -\frac{e}{8})$.

Sabe-se que a **derivada** de f , está definida por $f'(x) = 8x^2 e^{-4x}$.



5.1. Resolva, analiticamente, as três alíneas seguintes:

5.1.1. Calcule o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - 8x^2}{x^3}$.

5.1.2. Determine a equação reduzida da reta t .

5.1.3. Estude a função f , quanto às concavidades do seu gráfico e determine as abscissas dos pontos de inflexão.

5.2. O gráfico de f contém um único ponto onde a reta tangente ao gráfico nesse ponto é paralela à reta $y = 3x - 2$.

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine a abscissa desse ponto.

Na sua resposta deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir, no mesmo referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões), visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s);
- apresentar a solução pedida, com arredondamento às centésimas.

6. Resolva apenas uma das seguintes equações:

A) $x + e^x = x + 2e^{-x} - 1$.

B) $\log_3 x = 1 + \log_x 9$.

7. Considere a função f definida em $]-3, +\infty[$ por $f(x) = \ln(x+3)$ e a função g definida em \mathbb{R} por $g(x) = e^{x-k} - 1$, com k constante real. Os seus gráficos estão representados na figura abaixo.

Sabe-se que:

- O ponto A é a interseção do gráfico de f com o eixo Oy .
- O ponto B é a interseção do gráfico de g com o eixo Ox .
- A área do triângulo $[AOB]$ é $\ln 2$.

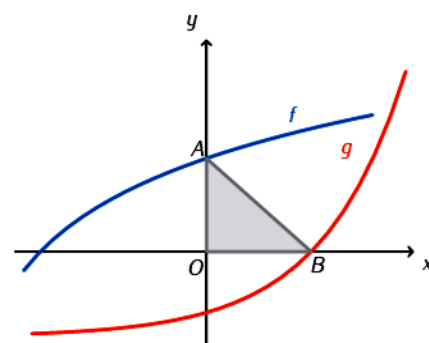
Qual é o valor de k ?

(A) $\log_3 2$

(B) $\log_4 2$

(C) $\log_4 3$

(D) $\log_3 4$



FIM

Cotações	Questões	1	2	3.1	3.2	3.3	4	5.1.1	5.1.2	5.1.3	5.2	6	7	Total
	Pontos		8	8	18	22	28	8	20	18	28	10	24	8

Soluções: 3.1. $-\frac{1}{4}$; 3.2. -2 ; 3.3. $m = -3$ e $b = -\frac{1}{2}$, $y = -3x - \frac{1}{2}$ eq. assíntota oblíqua; 5.1.1. -32 ; 5.1.2. $y = \frac{e}{2}x$; 5.1.3. $\cap:]-\infty, 0]$ e em $[\frac{1}{2}, +\infty[$, $\cup: [0, \frac{1}{2}]$, P.I. em $x = 0$ e $x = \frac{1}{2}$; 5.2. $-0,32$; 6. A) $S = \{0\}$; 6. B) $S = \{\frac{1}{3}, 9\}$.



Professor: Carlos Manuel Lourenço