

Ficha de Trabalho

Derivadas de Funções Trigonométricas: seno, cosseno e tangente

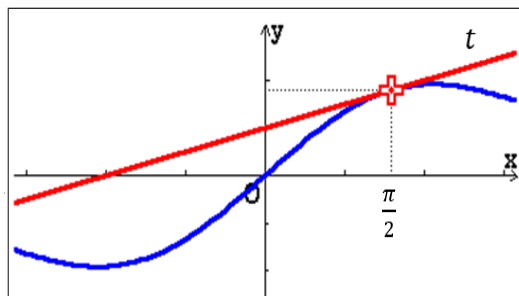
Matemática A - 12.º A

Anexo 1

22 de abril de 2022

1. No referencial da figura seguinte observa-se, em $[-\pi, \pi]$:

- parte da representação gráfica da função f , definida por $f(x) = \frac{x}{2} + \text{sen } x$;
- a reta t , tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa $x = \frac{\pi}{2}$.



1.1. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine o declive da reta t .

1.2. Determine, analiticamente, a equação reduzida da reta t .

Adaptado do exercício 56, página 105 do Manual "Novo Ípsilon 12", volume 2, Raiz Editora.

2. No intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, considere a função g definida por: $g(x) = \ln(\cos x) - 2 \cos x$.

2.1. Mostre que $g'(x) = \frac{\text{sen}(2x) - \text{sen } x}{\cos x}$, $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

2.2. Estude, por via analítica, a função g quanto à monotonia e à existência de extremos relativos em $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Adaptado de uma Ficha de Trabalho de autor desconhecido.

3. A primeira derivada de uma função h , de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ é dada por $h'(x) = 2x - \text{tg } x$.

Estude o sentido das concavidades do gráfico de h e a existência de pontos de inflexão no intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Utilize processos analíticos, e a calculadora apenas para eventuais cálculos auxiliares.

Adaptado do Exame Nacional 2018 – 2.ª Fase.



4. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \text{sen}(2x)$.

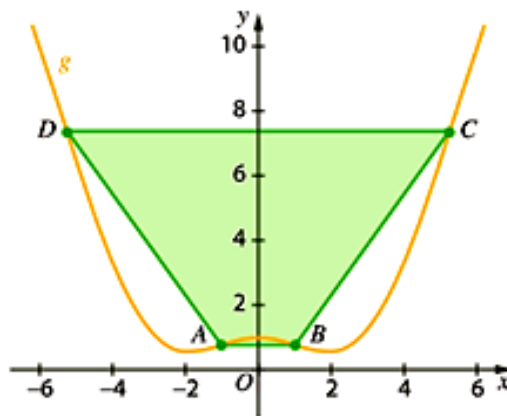
Sabe-se que $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{f'(x) - f'(c)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, em que $c \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$.

Determine o valor de c .

Retirado de uma Ficha de Trabalho de autor desconhecido.

5. No referencial da figura seguinte está representada parte do gráfico da função real de variável real g definida por $g(x) = \frac{x^2}{4} + \cos x$.

Os pontos A, B, C e D são pontos de inflexão do gráfico de g , cuja abcissa está compreendida entre -6 e 6 .



Determine a área do trapézio $[ABCD]$.

Exercício 52, página 104 do Manual “Novo Ípsilon 12”, volume 2, Raiz Editora.

6. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \cos x + \text{sen } x$.

Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = x^2$.

Sem recorrer à calculadora, prove que existe pelo menos um $c \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$, tal que a reta tangente ao gráfico de f em c é paralela à reta tangente ao gráfico de g em c .

Adaptado do exercício 5, Teste n.º 3 de Matemática A 12.º Ano, 2018/2019 – Editora Expoente 12.



Soluções

- 1.1. • $m = \frac{1}{2}$.
- 1.2. • $y = \frac{1}{2}x + 1$.
- 2.2. • g é estritamente crescente em $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$;
- g é estritamente decrescente em $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$;
- g tem um máximo relativo, $-1 - \ln 2$, em $x = \frac{\pi}{3}$;
- g tem um mínimo relativo, -2 , em $x = 0$.
3. O gráfico de h tem:
- concavidade voltada para cima em $\left]0, \frac{\pi}{4}\right[$;
- concavidade voltada para baixo em $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$;
- um ponto de inflexão de abcissa $x = \frac{\pi}{4}$.
4. • $\frac{11}{12}\pi$.
5. • $A_{[ABCD]} = \frac{4\pi^3}{3}$.

FIM

Professor: Carlos Manuel Lourenço

