

Estudo de funções racionais do tipo $y = a + \frac{b}{x-c}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$



Considere-se a função $y = \frac{1}{x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

1. Consideremos agora funções do tipo $y = \frac{1}{x-c}$.

Por exemplo:

$$y_1 = \frac{1}{x}, \quad y_2 = \frac{1}{x+3} \quad \text{e} \quad y_3 = \frac{1}{x-4}$$

Represente-as na calculadora e observe os gráficos.

1.1. Para cada uma das funções y_1 , y_2 e y_3 , indique:

	y_1	y_2	y_3
Domínio			
Contradomínio			
Zeros			
Extremos			
Continuidade			
Injetividade			
Monotonia			
Assíntotas			

1.2. Tendo em conta a simetria, que pode dizer sobre a paridade de cada uma das funções y_1 , y_2 e y_3 ?

1.3. Qual é a influência do parâmetro c nos gráficos das funções do tipo

$$y = \frac{1}{x-c}, \quad c \in \mathbb{R} ?$$

2. Consideremos agora funções do tipo $y = a + \frac{1}{x}$.

Por exemplo:

$$y_1 = \frac{1}{x}, \quad y_2 = 3 + \frac{1}{x} \quad \text{e} \quad y_3 = -2 + \frac{1}{x}$$

Represente-as na calculadora e observe os gráficos.

2.1. Para cada uma das funções y_1 , y_2 e y_3 , indique:

	y_1	y_2	y_3
Domínio			
Contradomínio			
Zeros			
Extremos			
Continuidade			
Injetividade			
Monotonia			
Assíntotas			

2.2. Tendo em conta a simetria, que pode dizer sobre a paridade de cada uma das funções y_1 , y_2 e y_3 ?

2.3. Qual é a influência do parâmetro a nos gráficos das funções do tipo

$$y = a + \frac{1}{x}, \quad a \in \mathbb{R} ?$$

3. Por último vamos estudar as funções da família $y = \frac{b}{x}$, com $b \neq 0$.

3.1. Para $b \geq 1$ considere, por exemplo, as funções:

$$y_1 = \frac{1}{x}, \quad y_2 = \frac{3}{x} \quad \text{e} \quad y_3 = \frac{4}{x}$$

Para $0 < b < 1$ considere, por exemplo, as funções:

$$y_1 = \frac{0,5}{x} \quad \text{e} \quad y_2 = \frac{0,2}{x}$$

Para $b < 0$ considere, por exemplo, as funções:

$$y_1 = -\frac{1}{x}, \quad y_2 = -\frac{3}{x} \quad \text{e} \quad y_3 = -\frac{4}{x}$$

3.2. O que se pode intuir sobre a família das funções $y = \frac{b}{x}$, com $b \neq 0$?

4. Sem recorrer à calculadora, faça o esboço do gráfico das funções reais de variável real:

$$f(x) = 2 - \frac{4}{x+3} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{3x-4}{x-1}$$

Para cada gráfico, indique os parâmetros relevantes e refira-se à sua influência relativamente ao gráfico da função $y = \frac{1}{x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
