



**Prova Escrita de Matemática**

11.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova: 100 minutos

**VERSÃO 1**

26 de novembro de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

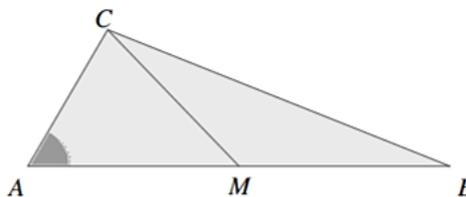
1. Numa viagem de automóvel um automobilista registou desde a entrada até à saída da autoestrada os valores, em euros, que pagou em cada uma das portagens por onde passou, obtendo a amostra representada na tabela, com as respetivas frequências absolutas.

$\tilde{x}_i$ (em €)	$n_i$
0,20	1
0,60	3
0,65	2
0,85	3
1,25	4
1,40	5
1,60	2

- 1.1. Determine o valor total pago pelo automobilista.
- 1.2. Calcule o  $P_{45}$  e interprete o seu significado no contexto do problema.
- 1.3. Considere 55 % das portagens com valor mais caro. Dessas, indique o valor das mais baratas. Justifique.

2. Considere o triângulo  $[ABC]$  em que:

- $\overline{BC} = 7$  ;
- $\overline{AB} = 8$  ;
- $\overline{AC} = 3$  ;
- $M$  é o ponto médio do lado  $[AB]$ .



- 2.1. Mostre que a amplitude do ângulo  $BAC$  é igual a  $60^\circ$ .
- 2.2. O comprimento de  $[CM]$  é igual a:

- (A)  $\sqrt{27}$                       (B)  $\sqrt{13}$                       (C)  $\sqrt{55}$                       (D)  $\sqrt{37}$

3. A qual das famílias seguintes pertence o ângulo, em radianos, de  $\frac{13}{4}\pi$ :

- (A)  $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$                       (B)  $x = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$   
 (C)  $x = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$                       (D)  $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

4. Prove que, para todos os valores de  $x$  que dão significado às expressões, se tem:

$$\frac{\cos x}{\cos x - \sin x} - \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{1}{1 - 2\sin^2 x}$$

5. Da amplitude de um certo ângulo  $\alpha$  sabe-se que  $\text{sen } \alpha = \frac{1}{3}$ .

Então podemos afirmar que:

(A)  $\cos(\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$

(B)  $\cos(\pi + \alpha) = \frac{1}{3}$

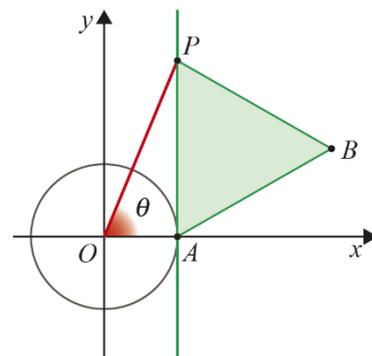
(C)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{3}$

(D)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\frac{1}{3}$

6. Na figura ao lado está representada, num referencial *o.n.*  $O_{xy}$ , a circunferência trigonométrica de centro  $O$  e raio 1.

Sabe-se que:

- o triângulo  $[ABP]$  é equilátero e o ponto  $A$  tem coordenadas  $(1,0)$ ;
- a reta  $AP$  é paralela a  $O_y$  e  $P$  pertence ao 1.º quadrante;
- a amplitude, em radianos, do ângulo  $AOP$  é  $\theta$ , com  $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ .



6.1. Mostre, em função de  $\theta$ , que a área do triângulo  $[ABP]$  é dada por  $A(\theta) = \frac{\sqrt{3} \tan^2 \theta}{4}$ .

6.2. Determina o **valor exato** da medida da área do triângulo  $[ABP]$ , se  $\theta = \frac{\pi}{4}$ .

6.3. Considerando  $\theta = \frac{\pi}{3}$ , a abcissa do ponto  $B$  é:

(A)  $\frac{5}{2}$

(B)  $\sqrt{7}$

(C)  $2\sqrt{3}$

(D) 2,75

6.4. Para um determinado ângulo  $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ , o perímetro do triângulo  $[ABP]$  é 36.

O valor de  $\theta$ , **em radianos**, arredondado às centésimas é:

(A) 85,24

(B) 2,51

(C) 0,21

(D) 1,49

6.5. Recorrendo à calculadora gráfica, determine  $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$  de modo que  $A(\theta) = 2$ .

Na sua resposta deve:

- reproduzir o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- assinalar o(s) ponto(s) relevantes e as respetivas coordenadas;
- apresentar o resultado pedido, com arredondamento às centésimas.

7. Qual das seguintes expressões designa um número real positivo, para qualquer  $x$  pertencente ao terceiro quadrante?

(A)  $\cos x + \text{sen } x$

(B)  $\text{tg } x - \cos x$

(C)  $\text{tg } x \cdot \cos x$

(D)  $\frac{\text{sen } x}{\text{tg } x}$

**Cotações**

**FIM**

Questões	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	3	4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	7	<b>Total</b>
Pontos	10	10	10	15	10	10	30	10	30	10	10	10	25	10	<b>200</b>

**Soluções:** 1.1. 21,05 ; 1.2.  $P_{45} = 1,05$  ; 1.3. 1,25 ; 6.2.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  ; 6.5.  $\theta \approx 1,4 \text{ rad}$  .



Professor: Carlos Manuel Lourenço