

**Ficha de Avaliação Escrita de Matemática**

12º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

**VERSÃO 1**

22 de maio de 2019

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas para efetuar eventuais cálculos.

1. Uma turma tem 21 alunos. A sala tem 25 mesas, dispostas em 5 filas com 5 mesas cada fila. De quantas maneiras diferentes podem os alunos sentar-se, um em cada mesa, de modo a que a fila da frente fique completamente ocupada?

(A)  ${}^{21}C_5 \times {}^{20}C_{16}$       (B)  ${}^{21}A_5 \times {}^{20}A_{16}$       (C)  ${}^{21}A_5 \times 16!$       (D)  ${}^{21}C_5 \times 16!$

2. Considere os acontecimentos  $A$  e  $H$  :

$A$  : “Amanhã vai haver vento”.

$H$  : “Hoje vai haver vento”.

Sabe-se que  $P(A/H) = 0,2$  e que  $P(A \cap H) = 0,05$ .

Qual das afirmações seguintes é a verdadeira?

- (A) A probabilidade de haver vento amanhã é 50% .  
(B) A probabilidade de haver vento hoje é 50% .  
(C) A probabilidade de haver vento amanhã é 25% .  
(D) A probabilidade de haver vento hoje é 25% .

3. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \sin(2x)$  .

Sabe-se que  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{f'(x) - f'(c)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , em que  $c \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$  .

Determine o valor de  $c$  .

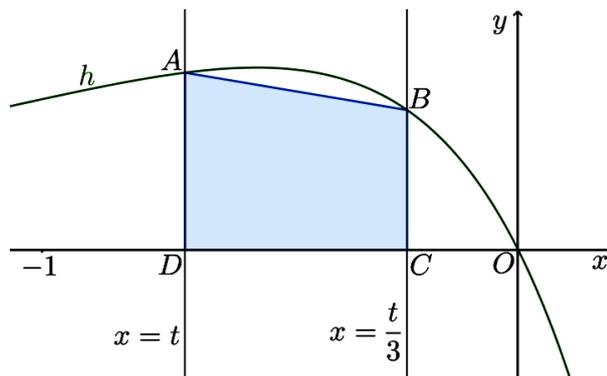
4. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = e^x - e^{3x}$ .

4.1. Seja  $a$  um número real positivo. Qual é o valor de  $h(\ln(2a))$  ?

- (A)  $-4a$                       (B)  $-6a$                       (C)  $2a - 6a^3$                       (D)  $2a - 8a^3$

4.2. Na figura seguinte, estão representados, em referencial ortonormado do plano:

- parte do gráfico da função  $h$  ;
- as retas verticais de equações  $x = t$  e  $x = \frac{t}{3}$ , sendo  $-1 < t < 0$  ;
- o trapézio  $[ABCD]$ , em que  $A$  e  $B$  são os pontos de interseção das retas verticais com o gráfico da função  $h$  e  $C$  e  $D$  são os pontos de interseção dessas retas com o eixo  $Ox$ .



Mostre que a área do trapézio  $[ABCD]$  é dada, em função de  $t$ , por  $-\frac{t}{3} \left( e^{\frac{t}{3}} - e^{3t} \right)$ .

5. Para cada número real  $k$ , considere a função  $f$ , de domínio  $\left[-\frac{\pi}{2}, +\infty\right]$ , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(3x^2)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} & \text{se } -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ k & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^x - 1}{3x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

5.1. Mostre que não existe nenhum valor real de  $k$  para o qual a função  $f$  é contínua em  $x = 0$ .

5.2. Estude o gráfico da função  $f$  quanto à existência de assíntotas não verticais, e, caso existam, escreva as suas equações.

5.3. Em  $]0, +\infty[$ , considere a função  $h$  definida por  $h(x) = 3x \cdot f(x) - x^2$ .

Seja  $r$  a reta tangente ao gráfico da função  $h$  que tem **declive mínimo**.

Determine o declive da reta  $r$ .

