



Ficha de Avaliação Escrita de Matemática

12º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos

VERSÃO 1

22 de março de 2019

GRUPO I

- As três questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Cada resposta certa será cotada com + 5 pontos; cada resposta errada será cotada com zero pontos; cada questão não respondida ou anulada será cotada com zero pontos.

1. Sejam a e b números reais maiores que 1 .

Se $\log_a(\sqrt{ab}) = 5$, então valor numérico de $\log_b(a^2b)$ é:

(A) $\frac{13}{12}$

(B) $\frac{7}{3}$

(C) $\frac{1+\sqrt{5}}{5}$

(D) $\frac{11}{9}$

2. Dado $x \in \mathbb{R}$, a que é igual $\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$?

(A) $\frac{\sqrt{3} \operatorname{sen} x - \cos x}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3} \operatorname{sen} x + \cos x}{2}$

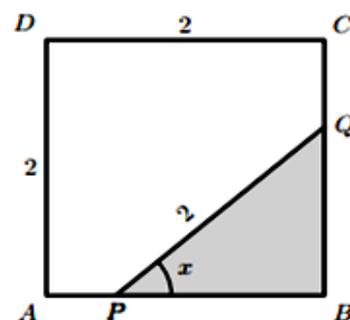
(C) $\frac{\operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x}{2}$

(D) $\frac{\operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x}{2}$

3. Na figura ao lado, está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado 2.

Está ainda representado um segmento $[PQ]$, que verifica as condições seguintes:

- $\overline{PQ} = 2$;
- o ponto P desloca-se sobre o lado $[AB]$ e o ponto Q tem um deslocamento correspondente sobre o lado $[BC]$, de tal modo que $\overline{PQ} = 2$;
- x é a amplitude do ângulo BPQ .



Para cada valor de $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, qual das expressões seguintes dá a área do triângulo $[PBQ]$ em função de x ?

(A) $\operatorname{sen}(2x)$

(B) $2 \operatorname{sen}(2x)$

(C) $\operatorname{sen} x \cdot \cos x$

(D) $\frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{2}$

GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias. Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exacto.

1. Uma empresa têxtil vende os seus produtos para os Estados Unidos da América e para o Japão, entre outros países.

1.1. Relativamente a essa empresa, sabe-se que:

- o número de vendas para os Estados Unidos da América é o dobro do número de vendas para o Japão;
- o número de vendas para, pelo menos, um dos dois países é o triplo do número de vendas feitas para os dois países em simultâneo.

Escolhe-se, ao acaso, um produto dessa empresa.

Determine a probabilidade de esse produto ser vendido para o Japão, sabendo que é vendido para os Estados Unidos da América.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

1.2. O diretor comercial da empresa escolheu três conjuntos de atalhados de cores distintas, quatro robes distintos e cinco toalhas de praia com padrões diferentes para dispor, lado a lado, na estante da sala de reuniões.

Determine de quantas maneiras distintas se podem dispor os doze produtos, de modo que os do mesmo tipo fiquem juntos.

2. Considere a função f , de domínio $]-\infty, \pi[$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos^2(x)}{-2x \sin(x)} & \text{se } x \in]0, \pi[\\ -\frac{1}{2} & \text{se } x \in [-1, 0] \\ \frac{e^{x+1} - 1}{x^2 - 1} & \text{se } x \in]-\infty, -1[\end{cases}$$

2.1. Determine o $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$.

2.2. Mostre que o gráfico de f admite uma assíntota horizontal. Indique uma equação dessa assíntota.

2.3. Estude a função f quanto à continuidade em $x = 0$.

3. Considere a função g de domínio \mathbb{R} definida por: $g(x) = \text{sen}(3x) - e^x$.

3.1. Recorra à definição de derivada num ponto e determine $g'(0)$, sendo g' a função derivada de g .

3.2. Determine $g''(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, sendo g'' a segunda derivada da função g .

3.3. **Recorrendo à calculadora**, determine $x \in \left] -1, \frac{1}{2} \right[$ de modo que $g''(x) = 0$.

Apresente o esboço do gráfico utilizado bem como o respetivo valor de x , arredondado às milésimas.

3.4. Estude, **analiticamente em** $\left] -1, \frac{1}{2} \right[$, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:

- o intervalo em que o gráfico de g tem a concavidade voltada para baixo;
- o intervalo em que o gráfico de g tem a concavidade voltada para cima;
- a abcissa, arredondada às milésimas, do ponto de inflexão do gráfico de g .

4. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} e diferenciável.

Sabe-se que:

- f é estritamente decrescente;
- 2 é zero de f .

Considere a função g de domínio \mathbb{R} , definida por: $g(x) = e^{f(x)} - f(x)$.

Determine, na forma de intervalo de números reais, o conjunto-solução da inequação $g'(x) < 0$, sendo g' a função derivada de g .

FIM

Grupo II	Questões	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	3.4	4	Total
	Pontos	22	18	20	15	24	18	18	15	20	15	185

1.1. $\frac{3}{8}$; 1.2. 103 680; 2.1. $-\frac{1}{2}$; 2.2. $y = 0$; 2.3. f não é contínua; 3.1. 2;

Soluções: 3.2. $g''(x) = -9\text{sen}(3x) - e^x$; 3.3. $-0,036$;

3.4. $U: [-1; -0,036]$; $\cap: \left[-0,036; \frac{1}{2}\right)$, P.I. em $x \cong -0,036$; 4. $x \in]-\infty, 2[$.