Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova: 100 minutos **VERSÃO 1** 03 de dezembro de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Uma determinada escola tem, no total, 19 professores, dos quais dois são, a Maria e o João.

1.1. Pretende-se formar uma comissão de quatro professores para vigiar as Olimpíadas de Matemática. Escolhem-se aleatoriamente quatro professores da escola.

Qual é a probabilidade de a Maria e o João não fazerem parte da comissão juntos? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

1.2. Dos 19 professores dessa escola, cinco são da zona norte do país, seis são da zona centro e os restantes são da zona sul. É necessário escolher aleatoriamente dois professores para acompanhar alguns dos alunos a uma cerimónia de entrega de prémios na capital do país.

Sejam A e B os acontecimentos:

A: "Os dois professores escolhidos são da zona norte."

B: "Os dois professores escolhidos não são da mesma zona do país."

Elabore uma composição, na qual indique o valor de $P(A|\overline{B})$, **sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada**.

Na sua resposta deve:

- explicar o significado de $P(A|\,\overline{B})$, no contexto da situação descrita;
- explicar o número de casos possíveis;
- explicar o número de casos favoráveis;
- fazer referência à regra de Laplace e apresentar o valor de $P(A|\,\overline{B})$.

1.3. O Departamento de Matemática dessa escola tem 7 professores: 4 são da zona norte e 3 são da zona centro.

Pretende-se colocar lado a lado os 7 professores deste Departamento, de modo que os da zona norte fiquem juntos, bem como os da zona centro.

Quantas formas existem de o fazer?

(A) $4! \times 3! \times 7!$ **(B)** $5 \times 4! \times 3!$ **(C)** $4 \times 4! \times 3!$ **(D)** $2 \times 4! \times 3!$

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

Cofinanciado por: ALENTEJO 2020 | PORTUGAL 2020 | UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

2. Sejam E um conjunto finito, não vazio, e P uma probabilidade no conjunto $\mathcal{P}(E)$.

Sejam A e B dois acontecimentos em E.

Sabe-se que:

- $P(A|B) = \frac{1}{6}$ (probabilidade de A, sabendo que B ocorreu)
- $P(B \setminus A) = \frac{1}{4}$ (probabilidade de B exceto A)

Qual é o valor de $P(\bar{A} \cup \bar{B})$?

(A) 0,8 **(B)** 0,85 **(C)** 0,9 **(D)** 0,95

3. Numa escola, para minimizar a aglomeração de alunos à entrada, foi estabelecido um plano, distribuindo os alunos por duas entradas, E_1 e E_2.

Num certo dia entraram na escola 480 alunos (do ensino básico e do ensino secundário), distribuídos da seguinte forma:

- pela entrada E_1: 250 alunos, sendo 170 do ensino básico e os restantes do ensino secundário;
- pela entrada E_2: restantes alunos;

Escolhe-se, ao acaso, um dos alunos que entraram na escola nesse dia.

Sejam B e E_2 os acontecimentos:

B: "O aluno escolhido é do ensino básico."

E_2: "O aluno escolhido utilizou a entrada E_2."

Sabendo que $P(\overline{B} \cap E_2) = 0{,}15$, determine a probabilidade do aluno escolhido ser do ensino básico, sabendo que utilizou a entrada E_2.
Apresente o resultado na forma de número decimal arredondado às centésimas.

4. Sabe-se que ${}^{n-1}C_{p-1} = 8008$ e que ${}^{n}C_p = 19\,448$.

O valor de ${}^{n-1}C_p$ é:

(A) 11440 **(B)** 19448 **(C)** 27456 **(D)** 8008

5. Sejam E um conjunto finito, não vazio, e P uma probabilidade no conjunto $\mathcal{P}(E)$.

Sejam $A, B \in \mathcal{P}(E)$, ambos de probabilidade não nula.

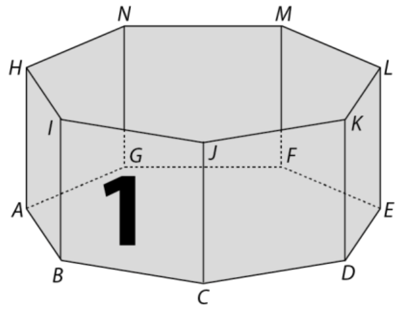
Prove que: $P(B) - P(A) + P(\bar{B}|A) \times P(A) = P(\bar{A} \cap B)$, onde $P(\bar{B}|A)$ representa a probabilidade condicionada.

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Cofinanciado por:

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

6. Na figura seguinte está representado o prisma regular $[ABCDEFGHIJKLMN]$, com uma das faces laterais numerada com o número 1.



6.1. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices distintos do prisma.

Qual é a probabilidade de esses vértices formarem uma diagonal facial do prisma?
Nota: as duas bases do prisma também são consideradas faces.

(A) $\frac{1}{13}$ **(B)** $\frac{4}{13}$ **(C)** $\frac{6}{13}$ **(D)** $\frac{8}{13}$

6.2. Considere agora que se pretende numerar as **oito faces** do prisma não numeradas, utilizando os algarismos de 2 a 9 e **colocando um algarismo diferente em cada face**.

De quantas maneiras o poderemos fazer, de forma que:

6.2.1. a soma dos algarismos agora **colocados nas bases** seja igual a 11?

6.2.2. a soma dos algarismos agora **colocados nas faces laterais** seja par? (não se inclui o 1)

7. Considere o desenvolvimento de $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{x}\right)^n$, com $x>0$ e n um número natural.

Sabe-se que a soma dos coeficientes binomiais deste desenvolvimento é 1024.

Escolhem-se ao acaso dois termos deste desenvolvimento.

Qual é a probabilidade de o produto dos seus coeficientes ser um número positivo?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

FIM

Cotações	Questões	1.1	1.2	1.3	2	3	4	5	6.1	6.2.1	6.2.2	7	**Total**
	Pontos	20	25	10	10	25	10	30	10	18	22	20	**200**

Soluções: **1.1.** $\approx 96\%$; **1.2.** $\frac{10}{53}$; **3.** $0{,}69$; **6.2.1.** 5760 ; **6.2.2.** 17280 ; **7.** $\frac{5}{11}$.

xism@t.net

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de
Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Cofinanciado por: ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com