Prova Escrita de Matemática

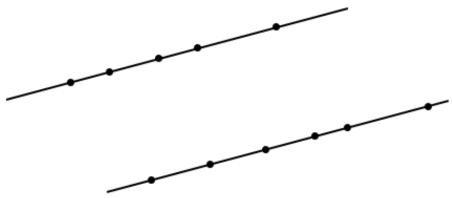
12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova: 100 minutos **VERSÃO 1** 21 de janeiro de 2021

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Considere 11 pontos distintos: cinco sobre uma reta e seis sobre outra reta, estritamente paralela à primeira.

Escolhendo três pontos ao acaso, qual é a probabilidade de formarem uma reta?



(A) $\dfrac{{}^5C_3 \times {}^6C_3}{{}^{11}C_3}$ **(B)** $\dfrac{{}^5C_3 + {}^6C_3}{{}^{11}C_3}$

(C) $\dfrac{{}^5A_3 \times {}^6A_3}{{}^{11}A_3}$ **(D)** $\dfrac{{}^5A_3 + {}^6A_3}{{}^{11}A_3}$

2. Num certo país os números de cartão de cidadão têm todos 8 algarismos.

O número do cartão de cidadão da Teresa é 27927229.

Considerem-se todos os cartões cujos números sejam formados com os algarismos do número do cartão de cidadão da Teresa.

2.1. Quantos cartões podem existir nessas condições?

2.2. Escolhendo um desses cartões ao acaso, qual é a probabilidade de o seu número ser par? Apresente o resultado na forma de percentagem.

3. Numa caixa estão 8 bolas, 4 brancas e 4 azuis, numeradas de um a quatro para cada cor. Retiram-se **duas bolas sucessivamente e sem reposição**.

3.1. Qual é a probabilidade de saírem duas bolas com o número 2? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

3.2. Colocaram-se na caixa mais n bolas azuis todas iguais às inicialmente colocadas. Considere os seguintes acontecimentos:

- A: "sair bola azul na primeira extração".
- B: "sair bola branca na segunda extração".

Sabendo que $P(B|A) = \frac{2}{5}$, determine o número de **bolas azuis** que foram colocadas na caixa.

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

Cofinanciado por: ALENTEJO 2020 | PORTUGAL 2020 | UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

4. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x-1} & se \quad x<1\\ -2x+\sqrt{x^2+3x} & se \quad x\geq 1\end{cases}$$

4.1. Mostre que $f(-1).f(2)<0$.

Pode-se concluir que a função f tem um zero no intervalo $]-1,2[$? Justifique, Recorrendo ao Teorema de Bolzano.

4.2. Mostre que o gráfico de f admite três assíntotas: uma vertical, uma horizontal e uma oblíqua. Determina uma equação para cada uma delas.

5. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por: $f(x)=\frac{x^3}{x+2}$.

5.1. Determine o valor de $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$.

5.2. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x=1$.

6. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{x} & se \quad x<0\\ x+\sqrt{x^2+1} & se \quad x\geq 0\end{cases}$$

6.1. Estude a existência de extremos da função em $\mathbb{R}^-$.

6.2. Estude o sentido das concavidades do gráfico da função em $\mathbb{R}^+$.

7. Considere a família de funções polinomiais de grau 3 definida por:

$$f(x)=x^3-3ax^2+bx\,,\quad a,b\in\mathbb{R}$$

Determine a e b de modo que o ponto $P(-1,5)$ seja um ponto de inflexão do gráfico de f .

FIM

Cotações	Questões	1	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2	5.1	5.2	6.1	6.2	7	**Total**
	Pontos	10	15	15	15	20	15	25	15	15	20	20	15	**200**

Sol: **2.1.** 420 ; **2.2.** 50% ; **3.1.** $\frac{1}{28}$; **3.2.** 3 ; **4.1.** não ; **4.2.** $x=1$; $y=2$; $y=-x+\frac{3}{2}$

5.1. $\frac{8}{9}$; **5.2.** $y=\frac{8}{9}x-\frac{5}{9}$; **6.1.** $f(-1)$ é máx. rel. ; **6.2.** Conc. $\cup$; **6.3.** $a=-1$; $b=-3$

xism@t.net

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Cofinanciado por: ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com