



Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova: 100 minutos

VERSÃO 1

29 de outubro de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
 - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
 - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
 - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
 - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
 - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
 - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Num grupo de cinco amigas, só uma está habilitada a conduzir.

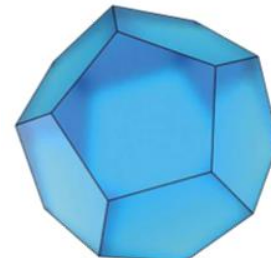
De quantas formas se podem sentar num automóvel de cinco lugares para fazerem uma viagem?

- (A) $4!$ (B) $5!$ (C) 5A_4 (D) 5C_4

2. Recorde a seguinte **Relação de Euler**:

“Num poliedro convexo, $V + F = A + 2$, em que V representa o número de vértices, F o número de faces e A o número de arestas.”

Na figura está representado um poliedro regular designado por **dodecaedro** com 12 faces e 30 arestas.



Determine o número de retas que é possível definir, a partir do conjunto de vértices do dodecaedro, que não contenham arestas.

3. Pretende-se pintar um painel publicitário com n listas verticais coloridas, utilizando-se para o efeito p cores. Sabendo que listas consecutivas não podem ter a mesma cor, de quantas maneiras diferentes se pode pintar o painel para todos os casos possíveis de n e p ?

- (A) $(n - 1)^{p-1}$ (B) $p \times (p - 1)^{n-1}$ (C) ${}^nA'_p$ (D) ${}^pA'_n$

4. Para qualquer universo $U \neq \emptyset$ e quaisquer subconjuntos A e B de U , $\overline{A \cap (\bar{A} \cup B)}$ é igual a:

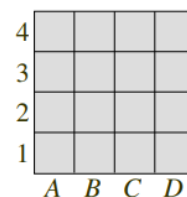
- (A) $A \cap B$ (B) $\overline{A \cap B}$ (C) $\bar{A} \cap \bar{B}$ (D) $A \cap \bar{B}$

5. Determine o valor natural n que satisfaz a igualdade: $\frac{(n+1)! - {}^nA_n}{(n-1)!} = 2019 {}^nC_{n-1}$

6. Na figura está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro linhas (1, 2, 3 e 4) e em quatro colunas (A, B, C e D).

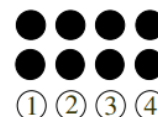
Dispomos de 12 fichas sendo 8 pretas, iguais entre si, e 4 brancas, numeradas de 1 a 4.

Pretende-se colocar as fichas no tabuleiro de forma que não fique mais do que uma por cada casa.



- 6.1. De quantas maneiras diferentes é possível dispor as 12 fichas no tabuleiro?

- 6.2. De quantas maneiras diferentes é possível dispor as 8 fichas pretas no tabuleiro de forma que só uma coluna fique totalmente preenchida?



7. De uma certa linha do triângulo de Pascal, sabe-se que a soma do primeiro, com o segundo, com o penúltimo e com o último elemento é 2018.

- 7.1. Determine o quinto elemento dessa linha. Apresente o elemento pedido na forma ${}^n C_p$.

- 7.2. Calcule o maior elemento dessa linha. Apresente o elemento pedido na forma ${}^n C_p$.

8. Considere o desenvolvimento de $\left(x\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^{10}$, com $x > 0$.

- 8.1. Considere as proposições p e q relativas ao desenvolvimento do binómio apresentado:

p : "O desenvolvimento do binómio tem 10 termos."

q : "A soma dos coeficientes binomiais é 2^{10} ."

Indique, justificando, o valor lógico das proposições p e q .

- 8.2. O termo independente de x no desenvolvimento do binómio apresentado é da forma ${}^n C_p a^p$, onde $n, p \in \mathbb{N}$ e $a \in \mathbb{Z}$.

Sem efetuar o desenvolvimento, determine os valores de n , p e a .

9. Considere o seguinte problema:

Uma determinada escola tem quinze professores que fizeram formação sobre "Medidas a adotar no espaço escolar, relativamente à COVID-19". Pretende-se nomear uma comissão de quatro professores para dar a conhecer, à comunidade educativa, as medidas tomadas pela escola. O António e a Susana, que são casados, não farão parte da mesma comissão.

Quantas são as comissões diferentes que se podem constituir nestas condições?

$${}^{15}C_4 - {}^{13}C_2 \text{ é uma resposta correta.}$$

Numa pequena composição, explique o raciocínio que conduziu a essa resposta.

FIM

| Cotações | Questões | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6.1 | 6.2 | 7.1 | 7.2 | 8.1 | 8.2 | 9 | Total |
|----------|----------|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-------|
| | Pontos | 10 | 18 | 10 | 10 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 15 | 16 | 25 | 24 |

Soluções: 2. 160 ; 5. 2019 ; 6.1. 21 621 600 ; 6.2. 1968 ; 7.1. $^{1008}C_4$; 7.2. $^{1008}C_{504}$.



Professor: Carlos Manuel Lourenço