



## Prova Escrita de Matemática

12.º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova: 100 minutos

VERSÃO 1

29 de outubro de 2020

- **Para cada uma das questões de escolha múltipla:**
  - são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
  - escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
  - se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Para cada uma das questões de resposta aberta:**
  - apresente analiticamente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
  - quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exato.
  - utilize a calculadora apenas quando sugerido ou para efetuar eventuais cálculos.

1. Num grupo de cinco amigas, só uma está habilitada a conduzir.

De quantas formas se podem sentar num automóvel de cinco lugares para fazerem uma viagem?

- (A)  $4!$                       (B)  $5!$                       (C)  ${}^5A_4$                       (D)  ${}^5C_4$

2. Recorde a seguinte **Relação de Euler**:

“Num poliedro convexo,  $V + F = A + 2$ , em que  $V$  representa o número de vértices,  $F$  o número de faces e  $A$  o número de arestas.”

Na figura está representado um poliedro regular designado por **dodecaedro** com 12 faces e 30 arestas.



Determine o número de retas que é possível definir, a partir do conjunto de vértices do dodecaedro, que não contenham arestas.

3. Pretende-se pintar um painel publicitário com  $n$  listas verticais coloridas, utilizando-se para o efeito  $p$  cores. Sabendo que listas consecutivas não podem ter a mesma cor, de quantas maneiras diferentes se pode pintar o painel para todos os casos possíveis de  $n$  e  $p$ ?

- (A)  $(n - 1)^{p-1}$                       (B)  $p \times (p - 1)^{n-1}$                       (C)  ${}^nA'_p$                       (D)  ${}^pA'_n$

4. Para qualquer universo  $U \neq \emptyset$  e quaisquer subconjuntos  $A$  e  $B$  de  $U$ ,  $\overline{A \cap (\bar{A} \cup B)}$  é igual a:

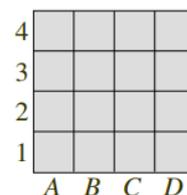
- (A)  $A \cap B$                       (B)  $\overline{A \cap B}$                       (C)  $\bar{A} \cap \bar{B}$                       (D)  $A \cap \bar{B}$

5. Determine o valor natural  $n$  que satisfaz a igualdade:  $\frac{(n+1)! - {}^nA_n}{(n-1)!} = 2019 {}^nC_{n-1}$

6. Na figura está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro linhas (1, 2, 3 e 4) e em quatro colunas (A, B, C e D).

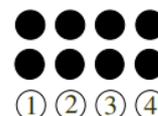
Dispomos de 12 fichas sendo 8 pretas, iguais entre si, e 4 brancas, numeradas de 1 a 4.

Pretende-se colocar as fichas no tabuleiro de forma que não fique mais do que uma por cada casa.



- 6.1. De quantas maneiras diferentes é possível dispor as 12 fichas no tabuleiro?

- 6.2. De quantas maneiras diferentes é possível dispor as 8 fichas pretas no tabuleiro de forma que só uma coluna fique totalmente preenchida?



7. De uma certa linha do triângulo de Pascal, sabe-se que a soma do primeiro, com o segundo, com o penúltimo e com o último elemento é 2018.

- 7.1. Determine o quinto elemento dessa linha. Apresente o elemento pedido na forma  ${}^n C_p$ .

- 7.2. Calcule o maior elemento dessa linha. Apresente o elemento pedido na forma  ${}^n C_p$ .

8. Considere o desenvolvimento de  $\left(x\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^{10}$ , com  $x > 0$ .

- 8.1. Considere as proposições  $p$  e  $q$  relativas ao desenvolvimento do binómio apresentado:

$p$ : "O desenvolvimento do binómio tem 10 termos."

$q$ : "A soma dos coeficientes binomiais é  $2^{10}$ ."

Indique, justificando, o valor lógico das proposições  $p$  e  $q$ .

- 8.2. O termo independente de  $x$  no desenvolvimento do binómio apresentado é da forma  ${}^n C_p a^p$ , onde  $n, p \in \mathbb{N}$  e  $a \in \mathbb{Z}$ .

**Sem efetuar o desenvolvimento**, determine os valores de  $n$ ,  $p$  e  $a$ .

9. Considere o seguinte problema:

*Uma determinada escola tem quinze professores que fizeram formação sobre "Medidas a adotar no espaço escolar, relativamente à COVID-19". Pretende-se nomear uma comissão de quatro professores para dar a conhecer, à comunidade educativa, as medidas tomadas pela escola. O António e a Susana, que são casados, não farão parte da mesma comissão.*

*Quantas são as comissões diferentes que se podem constituir nestas condições?*

$${}^{15}C_4 - {}^{13}C_2 \text{ é uma resposta correta.}$$

Numa pequena composição, explique o raciocínio que conduziu a essa resposta.

FIM

Cotações	Questões	1	2	3	4	5	6.1	6.2	7.1	7.2	8.1	8.2	9	Total
	Pontos	10	18	10	10	18	18	18	18	18	15	16	25	24

Soluções: 2. 160 ; 5. 2019 ; 6.1. 21 621 600 ; 6.2. 1968 ; 7.1.  $^{1008}C_4$  ; 7.2.  $^{1008}C_{504}$  .



Professor: Carlos Manuel Lourenço