Ficha de Avaliação Escrita de Matemática

12º Ano de Escolaridade – Turma A

Duração da Prova : 100 minutos **VERSÃO 1** 22 de fevereiro de 2019

GRUPO I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas** a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Cada resposta certa será cotada com + 5 pontos; cada resposta errada será cotada com zero pontos; cada questão não respondida ou anulada será cotada com zero pontos.

1. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$).

Sabe-se que: $P(\overline{A}) = 90\ \%$, $P(A \cup \overline{B}) = 25\ \%$ e $P(A \cap \overline{B}) = 5\ \%$.

Então $P(B)$ é igual a:

(A) $60\ \%$ **(B)** $80\ \%$ **(C)** $40\ \%$ **(D)** $20\ \%$

2. Num saco estão oito bombons de igual aspeto exterior. No entanto, cinco são de chocolate e três são de coco.
Tiram-se do saco três desses bombons ao acaso. Qual é a probabilidade de serem todos de coco?

(A) $\dfrac{1}{5! \times 3!}$ **(B)** $\dfrac{3!}{8!}$ **(C)** $\dfrac{1}{{}^8C_3}$ **(D)** $\dfrac{1}{{}^8A_3}$

3. Um saco tem 15 bolas, sendo algumas brancas e as restantes azuis.

Retiram-se duas bolas, uma após a outra, sem reposição.

Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes:

A: "a primeira bola extraída é azul" e *B*: "a segunda bola extraída é branca"

Sabe-se que $P\left(B \middle| \overline{A}\right) = \dfrac{4}{7}$. O número de bolas azuis que havia inicialmente no saco é:

(A) 9 **(B)** 7 **(C)** 6 **(D)** 8

4. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$. A reta de equação $y = x + 2$ é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{[f(x)]^2 - 2f(x)f(1) + [f(1)]^2}{(x-1)^2}$?

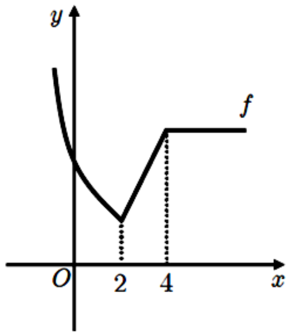
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

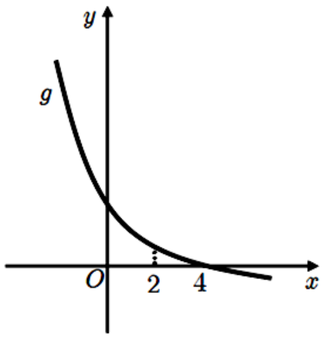
Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

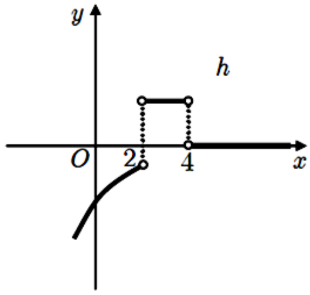
Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por: ALENTEJO 2020 | PORTUGAL 2020 | UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

5. Na figura estão parte das representações gráficas de três funções, respetivamente, f , g e h .







Qual das afirmações pode ser verdadeira?

(A) h é a função derivada de f .

(B) g é a função derivada de f .

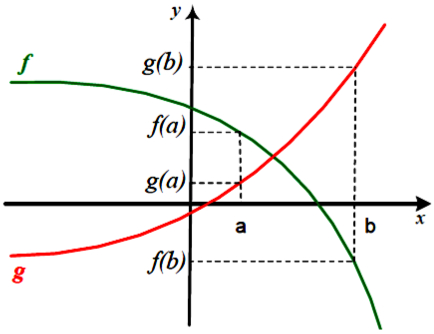
(C) f é a função derivada de g .

(D) f é a função derivada de h .

GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos e todas as justificações necessárias.
Quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se o valor exacto.

1. No referencial da figura estão parte das representações gráficas de duas funções f e g de domínio $\mathbb{R}$ e contínuas.



Utilizando o Teorema de Bolzano, mostre que a função $f \times g$ tem pelo menos um zero no intervalo $]a,b[$. **(20 PONTOS)**

2. Seja k um número real e f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{2x}-e^{x}}{2x} & \text{se} \quad x>0 \\ 4^{k} & \text{se} \quad x=0 \\ \dfrac{e^{\frac{1}{x}}+1}{2} & \text{se} \quad x<0 \end{cases}$$

Verifique se existe k de modo que a função f seja contínua no ponto de abcissa 0 . **(20 PONTOS)**

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por:

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

3. Considere a função f de domínio $\mathbb{R}|\{-2,2\}$ definida por $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{x+2}}{-x-1} & \text{se } x<-2 \\ \\ \dfrac{x^3+2x^2}{4-x^2} & \text{se } x>-2 \end{cases}$

Sem recorrer à calculadora, resolva as alíneas seguintes.

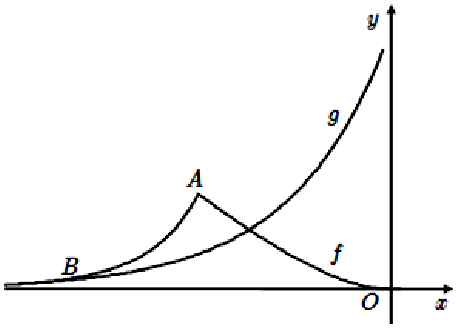
3.1. Mostre que o gráfico de f não tem assíntotas verticais em $x=-2$. **(12 PONTOS)**

3.2. Estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, em $\mathbb{R}^+$. **(30 PONTOS)**

3.3. Na figura estão representados, em referencial *o.n.* xOy, parte dos gráficos das funções f e g.

Sabe-se que:

- A função g está definida por $g(x)=e^{x+1}$;
- O ponto A tem abcissa -2;
- O ponto B é um dos pontos de interseção entre os gráficos de f e de g.



Determine a abcissa do ponto B. **(12 PONTOS)**

4. Considere a função f de domínio $\mathbb{R}^+$ cuja expressão analítica é $f(x)=x\left(-3+ln^2 x\right)$.

Resolva os itens seguintes **utilizando exclusivamente processos analíticos**.

4.1. Estude a função f quanto à monotonia e existência de extremos relativos. **(24 PONTOS)**

4.2. Estude a função f quanto às concavidades do seu gráfico e determine a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão. **(22 PONTOS)**

5. O número de utentes que frequentam o museu A, em **milhares**, pode ser dado, t anos após o início da contagem, pela função definida por $f(t)=\dfrac{30}{1+2e^{-0,4t}}$.

Suponha que o valor de $t=0$ corresponde ao final de 2005.

5.1. De acordo com este modelo, determine o número de utentes do museu A, no final de 2008. Apresente os cálculos que efetuar e o resultado em milhares, arredondado às décimas. Sempre que proceder a arredondamentos, use três casas decimais. **(11 PONTOS)**

5.2. Durante o mesmo período, o número de utentes do museu B (em milhares) foi dado, t anos após o inicio da contagem, pela função definida por $g(t)=\dfrac{25}{1+5e^{-t}}$.

Recorrendo à calculadora, resolva a condição $f(t)\leq g(t)$ e interprete o resultado no contexto do problema. Apresente, na sua resposta, os gráficos utilizados bem como as coordenadas relevantes de pontos (arredondados às décimas). **(24 PONTOS)**

FIM

Soluções: (Grupo II) **2.** $k=-\frac{1}{2}$; **3.2.** Assíntota vertical: $x=2$; Assíntota oblíqua: $y=-x-2$ **3.3.** $x_B=-1-e$;

xism@t.net

Professor: Carlos Manuel Lourenço

Rua Mabília da Natividade de Freitas Martins, Apartado 13
7440 – 020 Alter do Chão

Tel.: 245 612 371
Fax: 245 613 211
e-mail: epjaralter@gmail.com

Projeto ALT20-02-5266-FSE-000005 cofinanciado por: ALENTEJO 2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu